

# Leggi di degradazione dei geomateriali: approccio teorico e applicazioni pratiche

## *Degradation's Laws of Geomaterials: Theoretical Approach and Practical Applications*

ROMOLO DI FRANCESCO

### **Riassunto**

Le usuali leggi costitutive, descrittive il comportamento meccanico dei terreni sia in fase elastica che plastica, sono sempre basate sulle leggi di conservazione della massa e dell'energia conducendo a modelli tempo-indipendenti all'interno dei quali i parametri utilizzati sono sempre considerati costanti; allo stesso tempo è anche noto che il comportamento dei terreni dipende sempre dalla storia tensionale pregressa, che sintetizza la storia geologica nell'ambito della quale agiscono anche fenomeni di weathering che conducono ad una variazione negativa nel tempo dei parametri di resistenza e di deformabilità. Occorre inoltre considerare che tali fenomeni, tipici ad esempio dei versanti la cui instabilità si manifesta nel tempo alla ricerca di un equilibrio nel sistema morfoclimatico di appartenenza, possono agire anche alla scala della vita utile delle strutture, come nel caso delle fondazioni i cui cedimenti possono talora essere associati a variazioni delle proprietà geotecniche dei terreni con i quali interagiscono.

Tenendo presenti tali elementi, nel seguito sono dapprima sinteticamente illustrate le modalità di alterazione delle rocce e delle terre in genere e successivamente sono derivate leggi matematiche capaci di tenere conto di tali effetti nell'analisi della variazione nel tempo della resistenza al taglio dei geomateriali. La ricerca, dopo alcune applicazioni pratiche, è infine completata con la derivazione di ulteriori formulazioni di validità generale che, capaci di simulare gli effetti della degradazione nel complesso spazio-tempo due-dimensionale

e tre-dimensionale, consentono anche una facile implementazione nei software numerici come nel caso del metodo degli elementi finiti.

### **Abstract**

*The usual constitutive laws, describing the mechanical behavior of soils during both elastic and plastic, are always based on the laws of conservation of mass and energy leading to time-independent models within which the parameters used are always regarded as constant; at the same time is also known that the behavior of the soil always depends on the previous stress history, which summarizes the geological history within which also act of weathering phenomena which lead to a negative variation in time of the parameters of strength and deformability. It is also necessary to consider that these phenomena, typical for example of the slopes whose instability is manifested in the time to search for a balance in the system morfoclimatico of belonging, can also act at the scale of the useful life of the structures, as in the case of the foundations of which subsidence can sometimes be associated with changes in geotechnical properties of soils with which they interact.*

*Taking into account these factors, the following are first briefly explain how the alteration of rocks and soils in general mathematical laws are derived and subsequently able to take these effects into account in the analysis of time variation of the shear strength of geomaterials. The research, after some practical applications, it is finally completed with the derivation of additional formulations that is generally available, capable of simulating the effects of*

*degradation in the fields 1D and 2D, also allow easy implementation in software numeric as in the case of the method of the finite element method.*

### Termini chiave/Keywords

Degradazione, leggi matematiche, applicazioni pratiche, implementazione nei software FEM. *Degradation, mathematic's laws, practical applications, software implementation in FEM.*

### Introduzione

I modelli geotecnici classici, anche se implementati in software numerici (basati ad esempio sul metodo degli elementi finiti), sono sempre fondati su ipotesi semplificative e devono nel contempo rispondere alle leggi di conservazione della massa e dell'energia; in questo modo risulta possibile giungere alla definizione delle relazioni costitutive basate sulle leggi di equilibrio, sulle leggi di snervamento e sulle relazioni di congruenza capaci di generare un sistema deterministico di equazioni integro-differenziali ovvero, adottando termini ingegneristici, un sistema staticamente determinato (che ammette soluzione).

A tal proposito, limitando l'attenzione all'analisi di una generica curva sforzi-deformazioni si scopre innanzitutto che esiste sempre una stretta corrispondenza biunivoca tra le sollecitazioni applicate a un corpo e la conseguente deformazione elastica, tale da condurre a un sistema statico tempo-indipendente che può essere esteso anche al successivo campo elastoplastico (Fig. 1a); è anche vero, però, che nelle fasi di scarico  $\rightarrow$  ricarico i materiali tendono a seguire un percorso particolare definito "cappio isteretico", a sua volta dipendente da un ritardo temporale di tipo inerziale che conduce ad un sistema dinamico nel quale non può più essere trascurata la variazione energetica tempo-dipendente (Fig. 1b).

Tale particolare fenomeno, noto come "effetto anelastico", comporta lo sviluppo di processi di trasporto energetico associati alla resistenza offerta dai legami chimici che consentono il recupero, seppur ritardato nel tempo, della deformazione elastica; inoltre, considerato che il ritardo dinamico si verifica sia nelle fasi di scarico che in quelle di ricarico, appare evidente che l'energia elastica associata al cappio isteretico deve

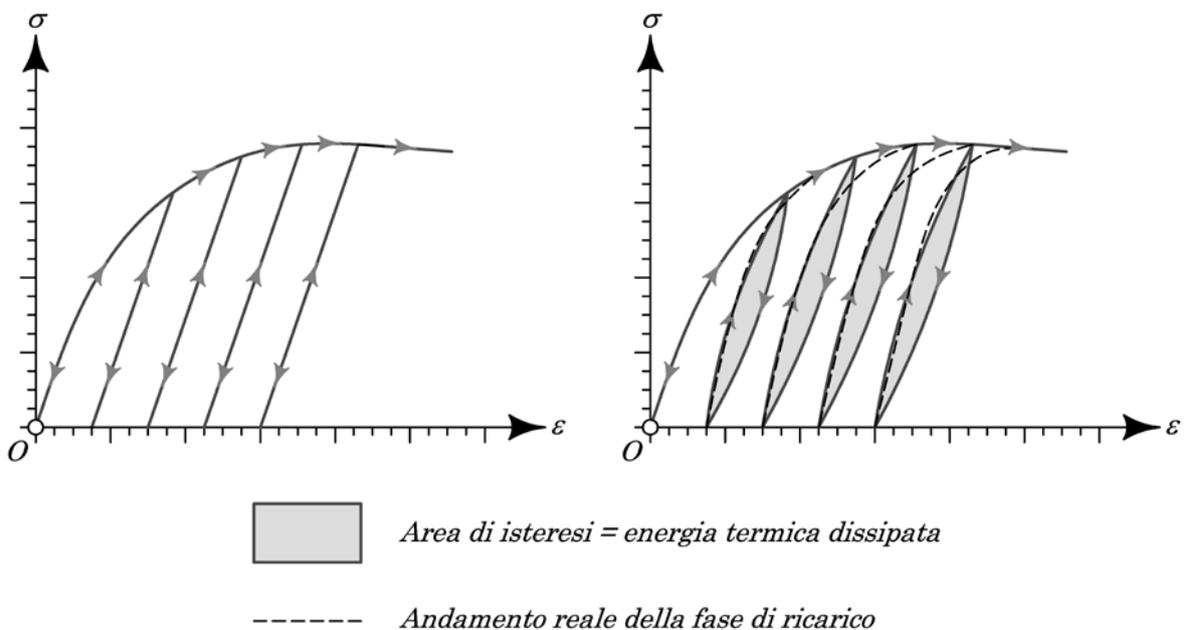


Fig. 1 - a) Mezzo puramente elastoplastico; b) mezzo dotato di effetto anelastico.  
 Fig. 1 - a) material purely elastoplastic; b) material with anelastic effect

necessariamente essere dissipata sotto forma di energia termica negando, di fatto, la legge di conservazione dell'energia; tradotto in termini fisico-matematici valgono, per il solo campo elastico, le seguenti condizioni:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= f(\sigma) \quad \rightarrow \text{comportamento puramente elastico} \\ \varepsilon &= f(\sigma, t) \quad \rightarrow \text{comportamento anelastico} \end{aligned} \quad (1)$$

mentre in campo plastico si osserva sempre la dissipazione di parte dell'energia di deformazione.

In buona sostanza, riassumendo i concetti introdotti risulta che l'analisi matematica di un problema meccanico deve necessariamente essere estesa ad ambiti più ampi, all'interno dei quali occorre tenere conto della dipendenza delle proprietà della materia dal campo di temperatura e da ulteriori variabili; nel caso, poi, dei problemi di carattere geotecnico occorre tenere conto delle variabili associate alla storia geologica dei terreni a sua volta dipendente dall'azione combinata dei processi esogeni ed endogeni. In definitiva, risulta evidente la necessità di dover tenere conto - laddove necessario - degli effetti tempo-dipendenti applicando separatamente i legami costitutivi elastoplastici e viscoelastici e sfruttando il principio di sovrapposizione degli effetti; l'importante è tenere conto, in maniera formalmente corretta, dell'influenza dei vari fattori sulla variazione nel tempo della resistenza (e della deformabilità) dei geomateriali.

### **I fenomeni di alterazione delle rocce e delle terre**

Analizzando il comportamento meccanico di una terra generica si scopre una chiara dipendenza dalla storia tensionale pregressa, traducibile nella storia geologica della stessa, e un'ulteriore dipendenza dal livello tensionale corrente che varia in funzione delle strutture geotecniche con le quali interagisce.

Limitando l'attenzione alla sola storia geologica occorre considerare che le difficoltà matematiche connesse con la simulazione

della Meccanica delle Terre discendono dalla complessità dei fenomeni chimico-fisici che agiscono sulla superficie terrestre, laddove esiste una stretta interazione tra i processi propri della litosfera, dell'atmosfera e della biosfera capaci di produrre sistemi complessi a partire dal disfacimento delle rocce affioranti (Fig. 2).

Nell'ambito di tali processi occorre inoltre considerare che il disfacimento in ambiente subaereo (degradazione, dalla traduzione del termine anglosassone "weathering") può essere considerato come l'insieme delle modifiche fisiche (dovute ad esempio ai processi termoclastici e crioclastici) e chimiche (esempio: l'azione solvente dell'acqua, l'idratazione dei minerali e l'ossidazione) riconducibili a due processi fondamentali:

- la frammentazione → terre a grana grossa
  - l'idrolisi → terre a grana fine
- a loro volta dipendenti dal sistema morfoclimatico ovvero dalla latitudine e dall'altitudine essendo funzione della temperatura e della disponibilità di acqua (Fig. 3).

Ovviamente, senza dimenticare l'azione biologica, che agisce sia in forma meccanica (esempio: l'azione delle radici) che chimica, oppure l'azione meccanica di compressione e decompressione associata all'avanzamento e all'arretramento dei ghiacciai.

Senza entrare nel merito dei fenomeni, per i quali si rimanda ai corsi di Laurea in Scienze Geologiche, occorre considerare che da un punto di vista strettamente meccanico gli effetti della degradazione si traducono in un lento lavoro di trasformazione delle rocce, dei suoli e dei depositi affioranti in generale, che comportano un incremento della porosità, una diminuzione del peso di volume ed un progressivo decadimento delle proprietà meccaniche di deformabilità e di resistenza; in quest'ultimo caso, assimilando il comportamento dei geomateriali a mezzi omogeni isotropi che rispondono al criterio

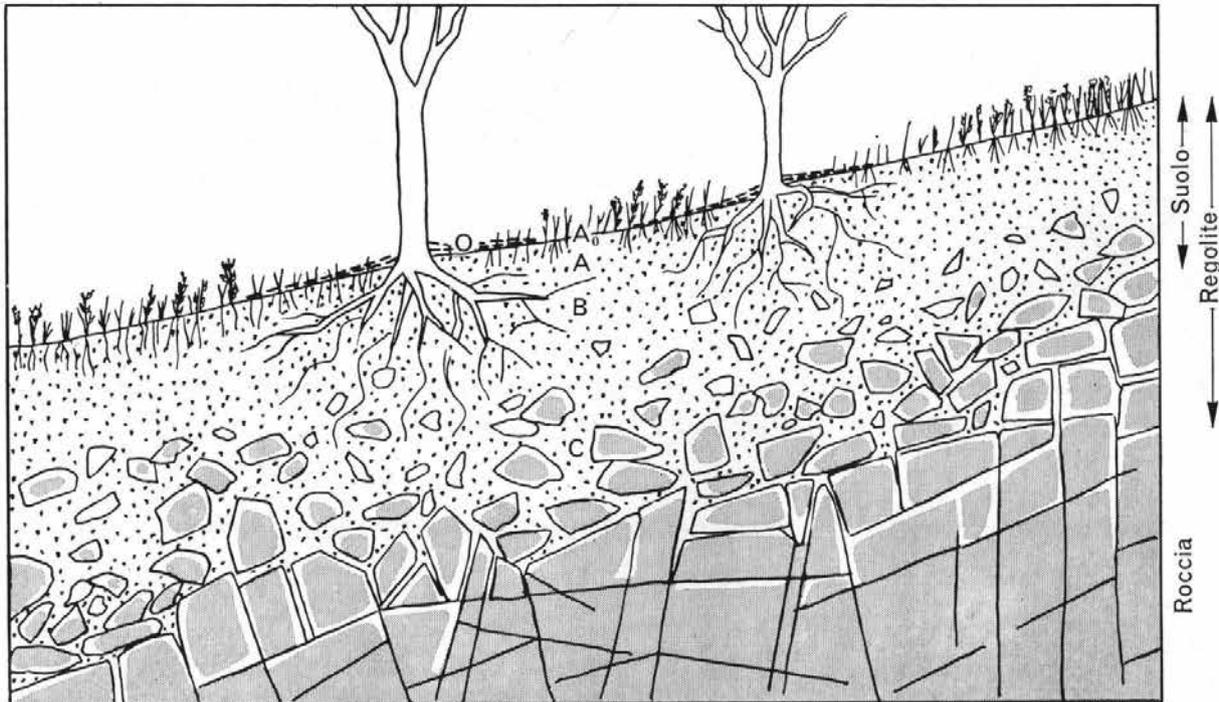


Fig. 2 – Formazione dei suoli e del sottostante regolite a partire dall'alterazione di rocce affioranti (da: Castiglioni, 1986).

Fig. 2 – Soil formations and regolith formation starting from outcropping rock alteration.



Fig. 3 – Effetti dell'alterazione di una scarpata impostata su marne del Messiniano che, a soli due anni dalla sua profilatura, ha interessato una profondità di circa 40 centimetri.

Fig. 3 – Effects of escarpment alteration in fissured clays of Messiniano that, after only 2 years from excavation, has had an alteration for a thickness of 40 centimeters.

di snervamento di Mohr-Coulomb con legge di flusso associata (Coulomb, 1773; Mohr, 1900), occorre considerare la variazione nel tempo delle 2 proprietà fondamentali - la coesione intercetta e l'angolo di resistenza al taglio - secondo leggi alquanto complesse (Fig. 4) che conducono a un decremento delle condizioni di stabilità non solo delle strutture ingegneristiche ma anche geologiche (esempio: i versanti).

In questo modo, e a titolo di esempio, con l'applicazione delle leggi di degradazione risulta possibile fornire una spiegazione logica:

- all'esistenza del ritardo temporale tra la decompressione dei versanti, associata all'arretramento dei ghiacciai, e l'evoluzione dei fenomeni gravitativi distanziati nel tempo anche di migliaia di anni;

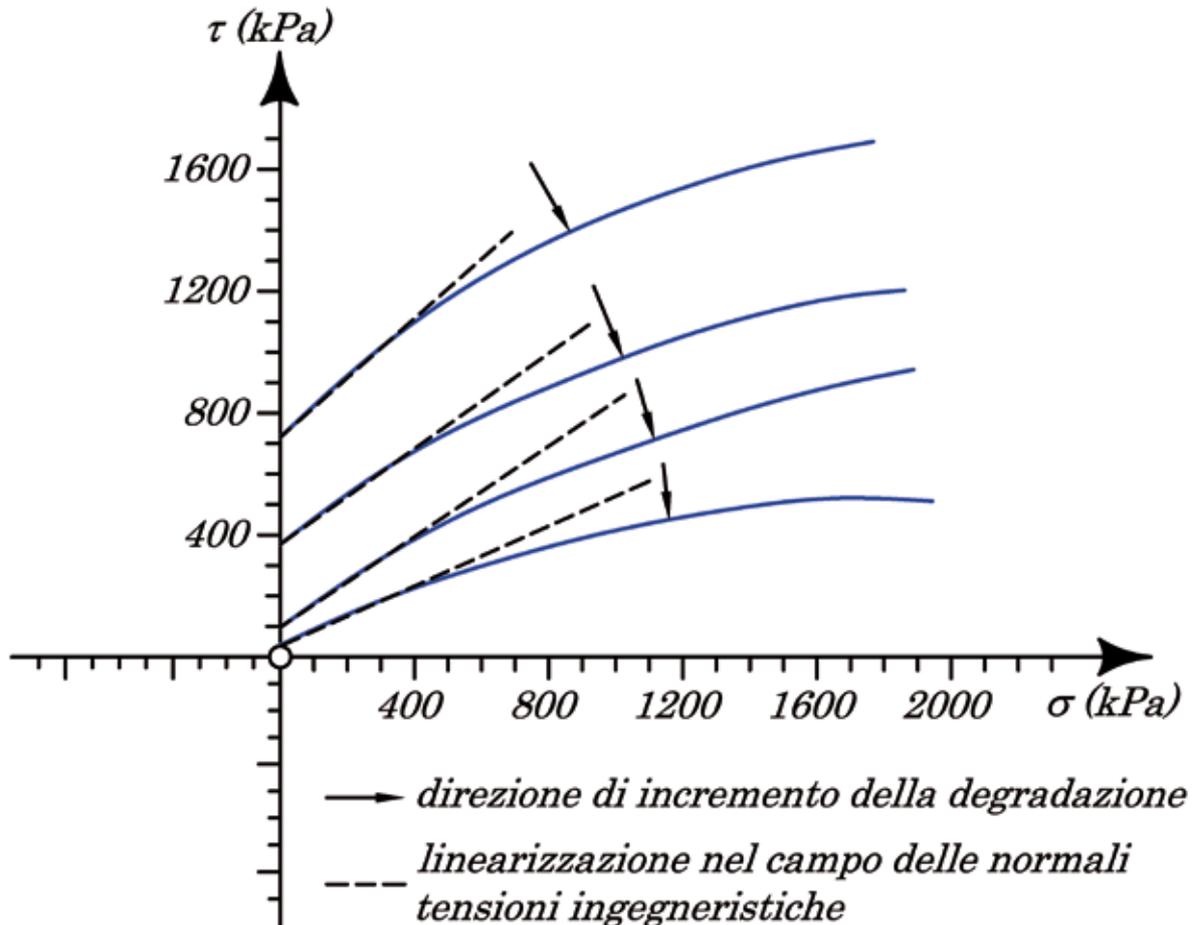


Fig. 4 – Decadimento della resistenza nel tempo in un granito alterato (da: Kimmance, 1988 – ridisegnato).  
Fig. 4 – *Decay of the resistance in time in an alterate granite.*

- ai fenomeni di decadimento delle proprietà geotecniche dei terreni di fondazione, citati in numerose relazioni geologiche senza una contestuale spiegazione formalmente corretta, che possono condurre alla comparsa di quadri fessurativi sulle sovrastrutture (Di Francesco, 2008a);
- all'evoluzione di molte frane apparentemente anomale (Fig. 5).

Concludendo, e prima di entrare nel merito matematico dell'argomento, può risultare ulteriormente utile comprendere che il lento lavoro di degradazione subito dalle rocce e dalle terre conducono a variazioni negative nel tempo delle caratteristiche meccaniche di resistenza e di deformabilità tali da poter essere convenientemente descritte tramite leggi iperboliche inverse (Di Francesco, 2008b); in altre parole, l'utilizzo di leggi iperboliche inverse consente di descrivere

in maniera appropriata il fenomeno della degradazione, a condizione che sia impostata una corretta finestra temporale di osservazione del fenomeno sulla base di evidenze sperimentali.

#### **Simulazione matematica della degradazione**

La simulazione matematica del fenomeno dell'alterazione può essere condotta a differenti livelli di approfondimento fino a giungere alla scrittura di legami costitutivi finalizzati (esempio: Castellanza e Nova, 2002; Castellanza, 2003; Uti, 2005).

Nel caso in esame la ricerca di una legge di validità generale, e di semplice applicabilità, è stata condotta a partire dall'analisi della Fig. 4 la quale, come sarà successivamente approfondito, può essere riprodotta in un grafico tridimensionale nel quale le proprietà



Fig. 5 – Frana planare nelle Langhe su superficie a bassissimo angolo di inclinazione (da: Veniale et al., 2002).  
Fig. 5 – Planar landslide in Langhe on a surface with a low angle of inclination..

meccaniche possono essere poste funzione del tempo; in questo modo si giunge alla riscrittura della legge di Mohr-Coulomb valida sia nel piano classico  $\tau+\sigma'$ :

$$\frac{\partial \tau}{\partial t} = \frac{\partial c'}{\partial t} + \sigma' \cdot \tan \frac{\partial \phi'}{\partial t} \quad (2)$$

che nella forma generalizzata:

$$(\sigma'_1 - \sigma'_3) + (\sigma'_1 + \sigma'_3) \cdot \sin \frac{\partial \phi'}{\partial t} - 2 \frac{\partial c'}{\partial t} \cdot \cos \frac{\partial \phi'}{\partial t} = 0 \quad (3)$$

Notare che nella scrittura delle equazioni (2) e (3) è stato tenuto conto della legge di conservazione della massa relativa sia allo scheletro solido che alla fase fluida escludendo, in quest'ultimo caso, il fenomeno della consolidazione; notare, inoltre, che le equazioni sono scritte in termini di derivate parziali poiché la resistenza al taglio dipende da due variabili.

Nella soluzione del problema occorre considerare che l'effetto del decadimento dei singoli parametri deve essere espresso tramite una derivata rispetto al tempo la quale, a sua volta, deve necessariamente dipendere dal

valore iniziale attraverso una costante di proporzionalità  $k$ ; in questo modo si giunge alla scrittura della seguente equazione differenziale lineare di validità generale:

$$\frac{dX}{dt} = kX \quad (4a)$$

$$\frac{dX}{dt} - kX = 0 \quad (4b)$$

nella quale  $X$  rappresenta il generico parametro in variazione.

La soluzione dell'equazione (4) può essere del tipo:

$$X(t) = X_0 \cdot e^{kt} \quad (5)$$

che può essere agevolmente risolta riconducendola ad un problema ai valori iniziali al fine di trovare il valore sperimentale della costante di proporzionalità; ma, prima di entrare nel merito del calcolo, può essere utile analizzare brevemente le equazioni (4) e (5) al fine di comprenderne la struttura e i risultati attesi.

Il primo passaggio consiste nella verifica della veridicità della soluzione proposta, calcolando la derivata prima dell'equazione (5):

$$\frac{dX}{dt} = k \cdot X_0 \cdot e^{kt} \quad (6)$$

la quale può poi essere sostituita, unitamente all'equazione (5), nell'equazione (4b):

$$k \cdot X_0 \cdot e^{kt} - k(X_0 \cdot e^{kt}) = 0 \quad (7)$$

Quindi, provato che la soluzione soddisfa l'equazione differenziale, occorre ora considerare che equazione (4b) descrive la variazione nel tempo di un parametro X tramite una derivata prima (dX/dt) la quale, applicata ad esempio alla coesione supposta costante per un determinato terreno, fornisce una retta orizzontale in un grafico c'-t (Fig. 6); segue la sottrazione di un valore proporzionale (kX) da tale retta che conduce infine alla legge cercata rappresentante la vera sfida concettuale.

Difatti, nel caso dell'equazione (5) si scopre che tale legge dipende da un valore iniziale e da una sua variazione nel tempo in funzione di una legge iperbolica che, per i motivi esposti nel paragrafo precedente, deve essere necessariamente inversa conducendo ad un valore negativo della costante di proporzionalità (Fig. 6).

### Un esempio di calcolo

A titolo di esempio si consideri il caso relativo al fronte di scavo di Fig. 3, impostato su marne del Messiniano con sottili intercalazioni arenacee e siltitiche, nel quale è stato determinato - tramite prove TRX-CD - il valore iniziale della coesione ( $c'_0 = 200$  kPa) e quello attuale ( $c'_{(t=2 \text{ anni})} = 50$  kPa); quindi, ponendo  $c'(t) = 50$  kPa,  $c'_0 = 200$  kPa,  $t = 730$  giorni (2 anni) ed inserendo tali elementi nell'equazione (5) si ottiene in sequenza:

$$50 = 200 \cdot e^{730k_c} \quad (8a)$$

$$e^{730k_c} = \frac{50}{200} = 0,25 \quad (8b)$$

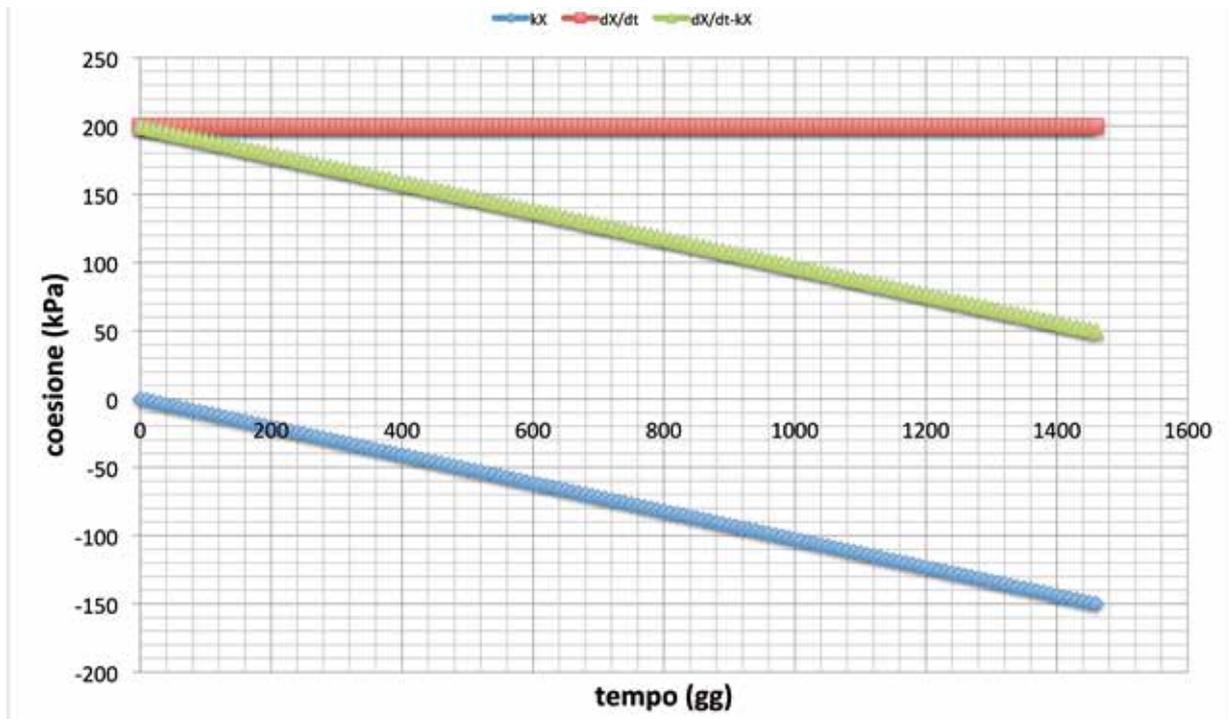


Fig. 6 – Soluzione grafica dell'equazione di degradazione in funzione del solo termine dX/dt, della variazione kX e della loro differenza.

Fig. 6 – Graphic solution of the equations of degradation in function of the term dX/dt, of the kX's variation and about their difference.

La soluzione dell'equazione (8b) può essere cercata ricorrendo alle proprietà dei logaritmi naturali:

$$\ln(e^{730k_c}) = \ln 0,25 \quad (9a)$$

$$730k_c = -1,386 \quad (9b)$$

ottenendo il valore sperimentale della costante di proporzionalità:

$$k_c = -0,0019 \quad (9c)$$

Infine, inserendo gli elementi noti nell'equazione (5) si perviene alla legge di decadimento della coesione intercetta valida per il caso specifico:

$$c'(t) = 200 \cdot e^{-0,0019t} \quad (10)$$

la quale può anche essere proiettata nel futuro (nel caso in esame per due anni) al fine di poter svolgere analisi geotecniche predittive (Fig. 7).

Una volta completata l'analisi matematica

del fenomeno è anche possibile inserire l'equazione (5), riscritta in funzione dei singoli parametri di resistenza, nelle equazioni (2) e (3):

$$\frac{\partial \tau}{\partial t} = (c'_0 \cdot e^{k_c t}) + \sigma' \cdot \tan(\phi'_0 \cdot e^{k_\phi t}) \quad (11a)$$

$$(\sigma'_1 - \sigma'_3) + (\sigma'_1 + \sigma'_3) \cdot \sin(\phi'_0 \cdot e^{k_\phi t}) - \quad (11b)$$

$$- 2(c'_0 \cdot e^{k_c t}) \cdot \cos(\phi'_0 \cdot e^{k_\phi t}) = 0$$

mentre l'applicazione della sola equazione (11a), al caso analizzato di Fig. 3, conduce al grafico della legge di Mohr-Coulomb espressa in funzione anche del tempo e nell'ipotesi semplificativa (ma non irrealistica) che la degradazione agisca sulla sola coesione intercetta (Fig. 8):

$$\frac{d\tau}{dt} = (c'_0 \cdot e^{k_c t}) + \sigma' \cdot \tan \phi' \quad (12)$$

Notare che la Fig. 8 è del tutto analoga alla Fig. 4 e che in quest'ultima gli effetti del

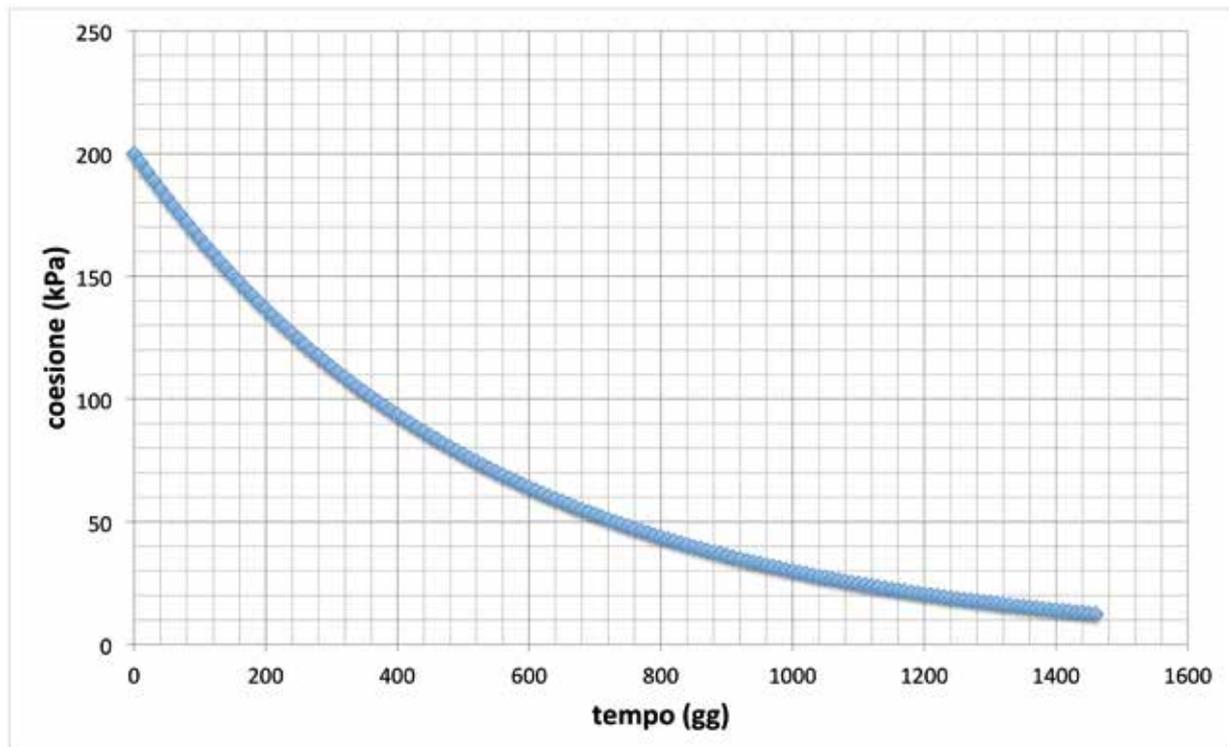


Fig. 7 – Simulazione della variazione temporale della coesione relativa ai terreni di Fig. 3.  
Fig. 7 – Simulation of temporal variation of cohesion relating at the soil of fig. 3.

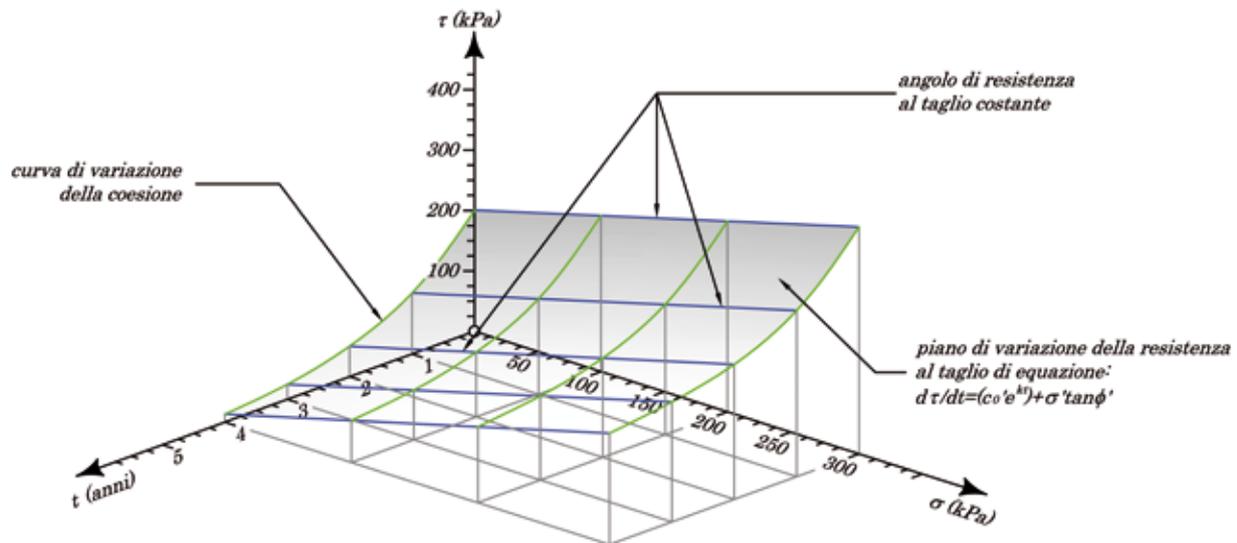


Fig. 8 – Legge di Mohr-Coulomb in funzione del decadimento temporale della coesione relativa ai terreni di Fig. 3.

Fig. 8 – Mohr-Coulomb's law in function of temporal decay of the cohesion relating at the soils.

tempo sono stati ricondotti ad un grafico bidimensionale mediante proiezione sul piano  $\tau+\sigma'$  dei dati nello spazio.

### Esempi applicativi

Prima di procedere con alcuni esempi di calcolo, che possano chiarire le modalità applicative delle leggi di degradazione dei geomateriali, occorre precisare che il problema è comunque più complesso di quello delineato nei paragrafi precedenti; d'altra parte, se finora è stata vista l'applicazione di tali leggi ai parametri di resistenza, deve risultare scontato che anche i parametri di deformazione sono soggetti al medesimo principio come nel caso del modulo elastico longitudinale ( $E'$ ). In questo modo, e considerando ad esempio che nel caso delle marne del Messiniano di Fig. 3 si assiste al decadimento del modulo elastico da un valore medio iniziale di 64 MPa ad un valore dello strato eluviale non superiore ai 40 MPa, una scarpata può anche rimanere stabile per un tempo sufficientemente lungo manifestando nel contempo un elevato tasso di deformabilità incompatibile con l'integrità architettonica e/o strutturale di manufatti presenti nei suoi pressi.

Ragionando in tale modo, di più ampio respiro, risulta che le leggi di degradazione possono seguire due strade alternative che conducono:

- alla scrittura di apposite leggi costitutive che tengono conto della variazione temporale dei parametri di resistenza e deformabilità;
- all'introduzione nei software di calcolo delle leggi di decadimento per ogni singolo parametro interessato.

Negli esempi che seguono sarà adottata la seconda ipotesi di lavoro, sfruttando la possibilità di scrivere tali leggi direttamente nei codici di calcolo di un programma ad elementi finiti (ZSOIL.PC – Commend et ali., 2012) per i cui dettagli si rimanda alla bibliografia; è comunque utile precisare che, proprio per la loro semplicità matematica, le formulazioni della degradazione descritte si prestano ad essere inserite in qualunque modello geotecnico basato sulle leggi di equilibrio limite e sul criterio di snervamento rigido-plastico, come nel caso del calcolo della capacità portante delle fondazioni o del fattore di sicurezza dei versanti, ovvero in tutti quei modelli nei quali è sufficiente analizzare e comprendere il comportamento

dei terreni lungo le superfici di rottura.

### **Esempio applicativo 1: stabilità di scarpate fluvio-denudazionali**

L'abitato di Campli (TE), composto da tre nuclei antichi originariamente uniti, è ubicato su lembi di terrazzi alluvionali - separati da strette valli - i cui orli sono continuamente erosi da profondi fossi in fase di incisione. Conosciuto in tutto il mondo per condividere con Roma e Gerusalemme il privilegio della Scala Santa (possedente in tutti e tre i casi alcuni dei gradini percorsi da Gesù per salire al cospetto di Ponzio Pilato), è storicamente noto per essere soggetto a dissesti idrogeologici le cui prime informazioni scritte risalgono al 1700 e che hanno causato la progressiva perdita del centro storico. In relazione a recenti interventi di consolidamento dei versanti è stato possibile svolgere approfonditi studi del fenomeno, a carattere geologico-geomorfologico e geotecnico, che - durati circa un decennio - hanno infine fornito una spiegazione plausibile del fenomeno.

Tralasciando informazioni sui dettagli degli studi, per i quali si rimanda a Di Francesco et al. (2004), occorre evidenziare che il sottosuolo è costituito da potenti accumuli alluvionali, con spessori in affioramento prossimi agli 80 metri e depositati in un paleo-ambiente di conoidi coalescenti, caratterizzati da un elevato grado di cementazione chimica ( $c' = 110$  kPa); il substrato roccioso, con un contatto alquanto articolato con le sovrastanti alluvioni, è a sua volta appartenente alla Formazione fliscioide della Laga (Messiniano) localmente rappresentata da alternanze di marne e arenarie interessate da due sistemi di fratturazione tettonica.

Il primo sito studiato riguarda una parte della scarpata che borda il settore meridionale dell'abitato di Campli sui cui margini è ubicata l'antica Chiesa della Misericordia interessata da un diffuso quadro fessurativo convergente con le deformazioni della scarpata stessa (Fig. 9); a seguito di diversi crolli di tale scarpata,

storicamente documentati, l'edificio è stato ricostruito nel XIV secolo mentre nel 1954 è stato realizzato - dal Genio Civile di Teramo - un intervento di consolidamento con speroni in muratura, arcate a sesto ribassato e timpani in mattoni pieni; purtroppo l'opera, nonostante sia fondata direttamente sul substrato roccioso, non ha assolto la propria funzione, come dimostrato dalle numerose lesioni sugli edifici e sui piazzali sovrastanti, tanto da necessitare di un ulteriore intervento di consolidamento.

Occorre a tal proposito evidenziare che la costruzione di un modello geotecnico di tipo numerico deve tenere conto, in tali casi, della convergenza con i fenomeni reali attraverso un procedimento di adattamento iterativo (Dolezalová et al., 2001) che tenga conto della congruenza tra le soluzioni matematiche, i monitoraggi ambientali e strutturali, le prove in sito e in laboratorio; una metodologia che nel caso specifico ha dovuto tenere conto:

- 1 dei dati scaturiti da una trincea esplorativa, scavata sul piazzale antistante la Chiesa della Misericordia e sovrastante la scarpata in deformazione, che ha mostrato un abbassamento continuo con un tasso medio di 0,43 cm/anno a partire dal 1954;
- 2 della degradazione della coesione intercetta delle marne del substrato, sulle quali l'opera è fondata, con variazione da un valore minimo attuale di 20 kPa, corrispondente alla superficie esposta a partire dagli scavi del 1954, ad un massimo di 200 kPa verso l'interno dell'ammasso roccioso inalterato.

In altre parole è stato necessario eseguire decine di simulazioni numeriche che hanno raggiunto la convergenza con il modello fisico reale solo allorquando nei calcoli è stato implementato il comportamento reologico delle marne (processo di rammollimento interno) e la degradazione della coesione (processo di rammollimento esterno o legge di degradazione o legge di softening).

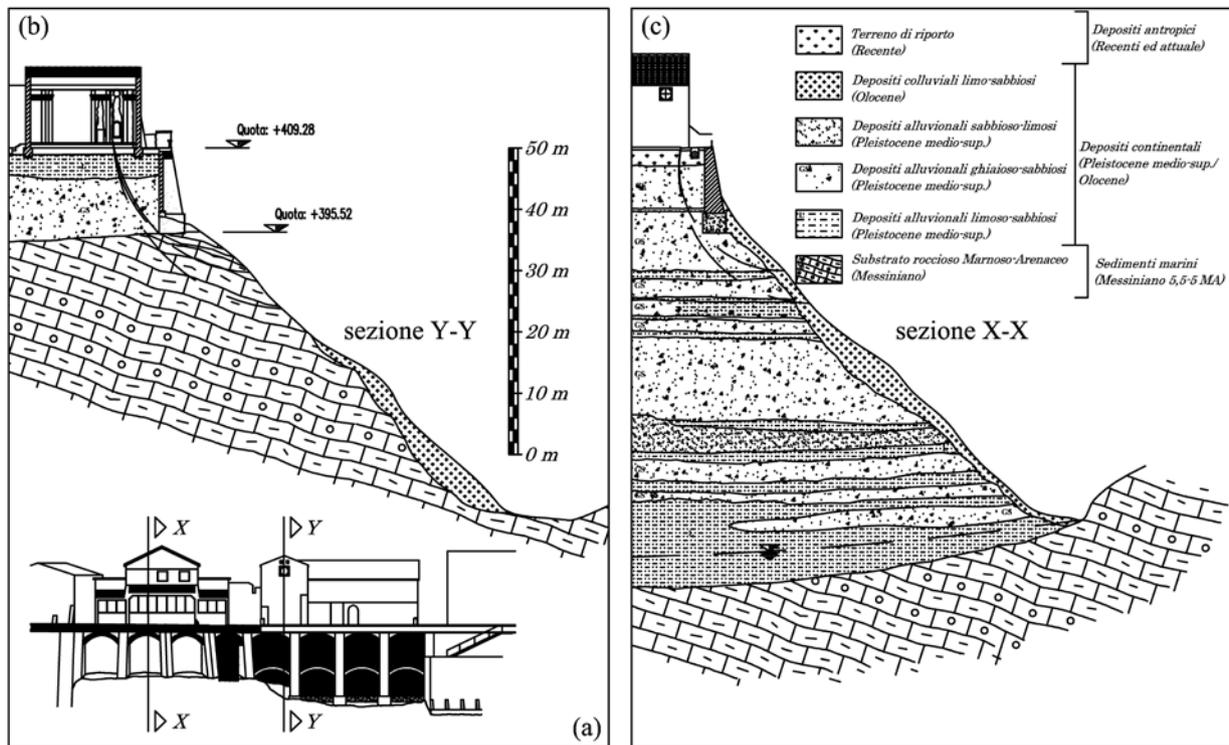


Fig. 9 – a) Vista frontale della Chiesa della Misericordia; b-c) sezioni stratigrafiche denotanti l'articolazione del contatto substrato-alluvioni (da: Di Francesco et al., 2004).

Fig. 9 – a) frontal view of Misericordia Church; b-c) stratigraphic sections denoting articulation of the contact between alluvium and substrate.

Nel primo caso è stata adottata la seguente legge (Zace, 2003):

$$C(t, t_0) = A \ln(1 + Bt) \quad (13)$$

che consente di calcolare la deformazione per creep, secondo la legge di Kelvin-Voigt, tramite i parametri A e B deducibili da prove edometriche di lunga durata. Nel secondo caso è stata costruita la curva di degradazione della coesione illustrata in Fig. 10a.

I risultati ottenuti hanno mostrato un'elevata convergenza con i dati disponibili, in termini di deformata e spostamenti nodali (Fig. 10b-c) e, soprattutto, la perdita delle iniziali condizioni di sicurezza dell'insieme struttura-scarpata con relativo incremento delle deformazioni nel tempo (Fig. 10d); in altre parole, i risultati hanno dimostrato che un fattore di sicurezza non necessariamente rappresenta l'espressione di salvaguardia di un'opera ma indica solamente uno stato tensionale lontano dalle condizioni di possibile collasso, ovvero costituisce una condizione necessaria

ma non sufficiente nella progettazione delle opere di sostegno.

Infine, tenuto conto di tutti gli elementi emersi, è stato possibile progettare un intervento di consolidamento capace di considerare anche gli effetti dipendenti dal rammollimento interno (creep) ed esterno (degradazione) dei terreni emersi dagli studi geologici e dai modelli numerici.

Il secondo sito è riferito ad un'altra scarpata, bordante l'abitato con parete sub-verticale avente altezza di circa 60 metri, sulla cui sommità sono presenti numerosi edifici lesionati, antiche strade che oggi conducono verso il vuoto e fratture di trazione che denotano una chiara instabilità regressiva; inoltre, come emerso dagli studi di carattere geomorfologico e storico, tale scarpata subisce una regressione a scatti con evoluzione delle fratture di trazione verso crolli improvvisi come evidenziato in Fig. 11.

Anche in questo caso la costruzione del modello numerico, convergente con il modello fisico reale, ha richiesto diverse

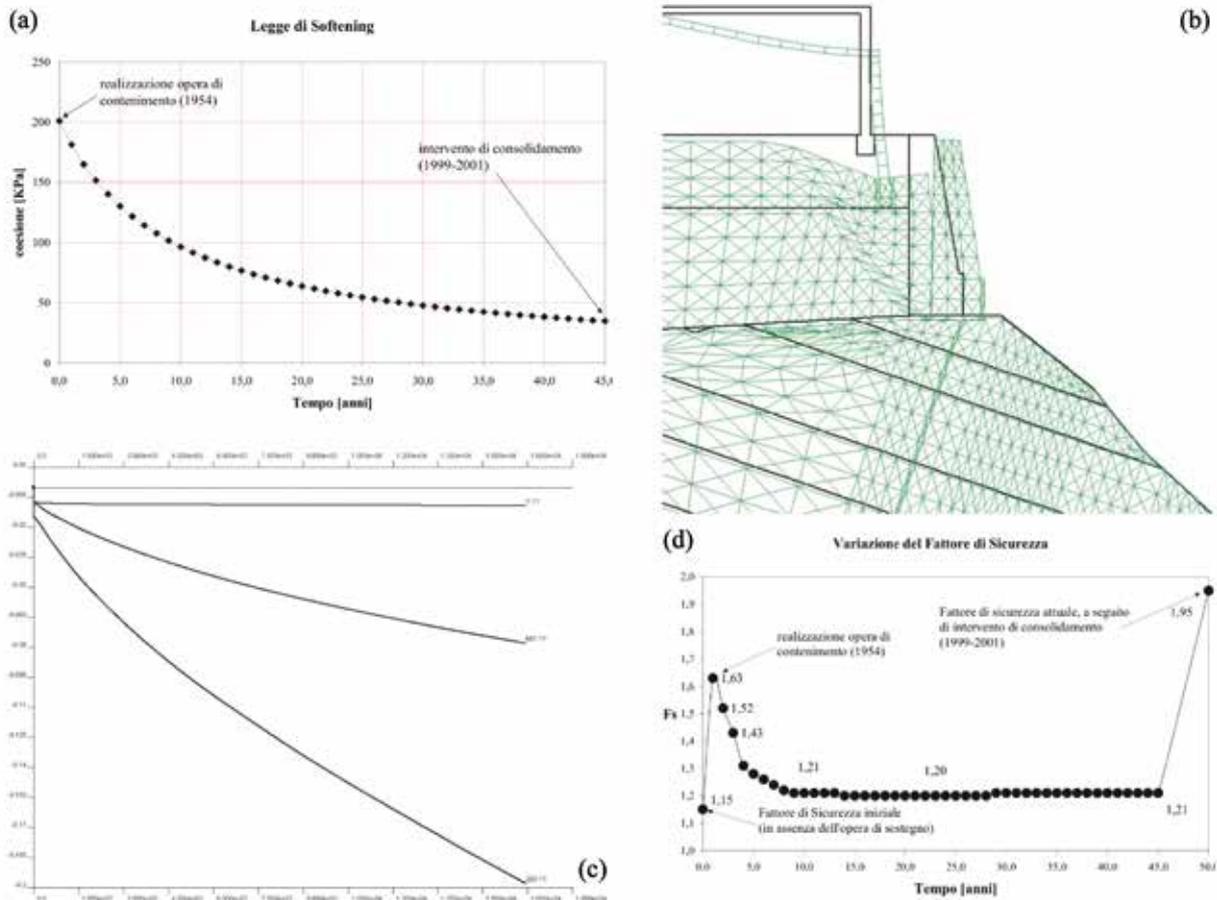


Fig. 10 – a) Legge matematica della degradazione della coesione costruita da dati sperimentali; b-c) deformata e spostamenti nodali congruenti con i dati sperimentali; d) diminuzione del coefficiente di sicurezza dell'opera di sostegno nel tempo (da: Di Francesco et al., 2004).

Fig. 10 – a) mathematic's law of degradation of the cohesion built from experimental data; b-c) deformed and nodal displacements consistent with the experimental data; d) decrease of the safety factor of the support structure over time.



Fig. 11 – a) fratture di trazione; b) settore interessato da un crollo nel dicembre 2003 con un arretramento della scarpata di circa 2 metri (da: Di Francesco et al., 2004).

Fig. 11 – a) tensile's fractures; b) sector affected by a collapse in December 2003 with a retreat of the escarpment of about 2 meters.

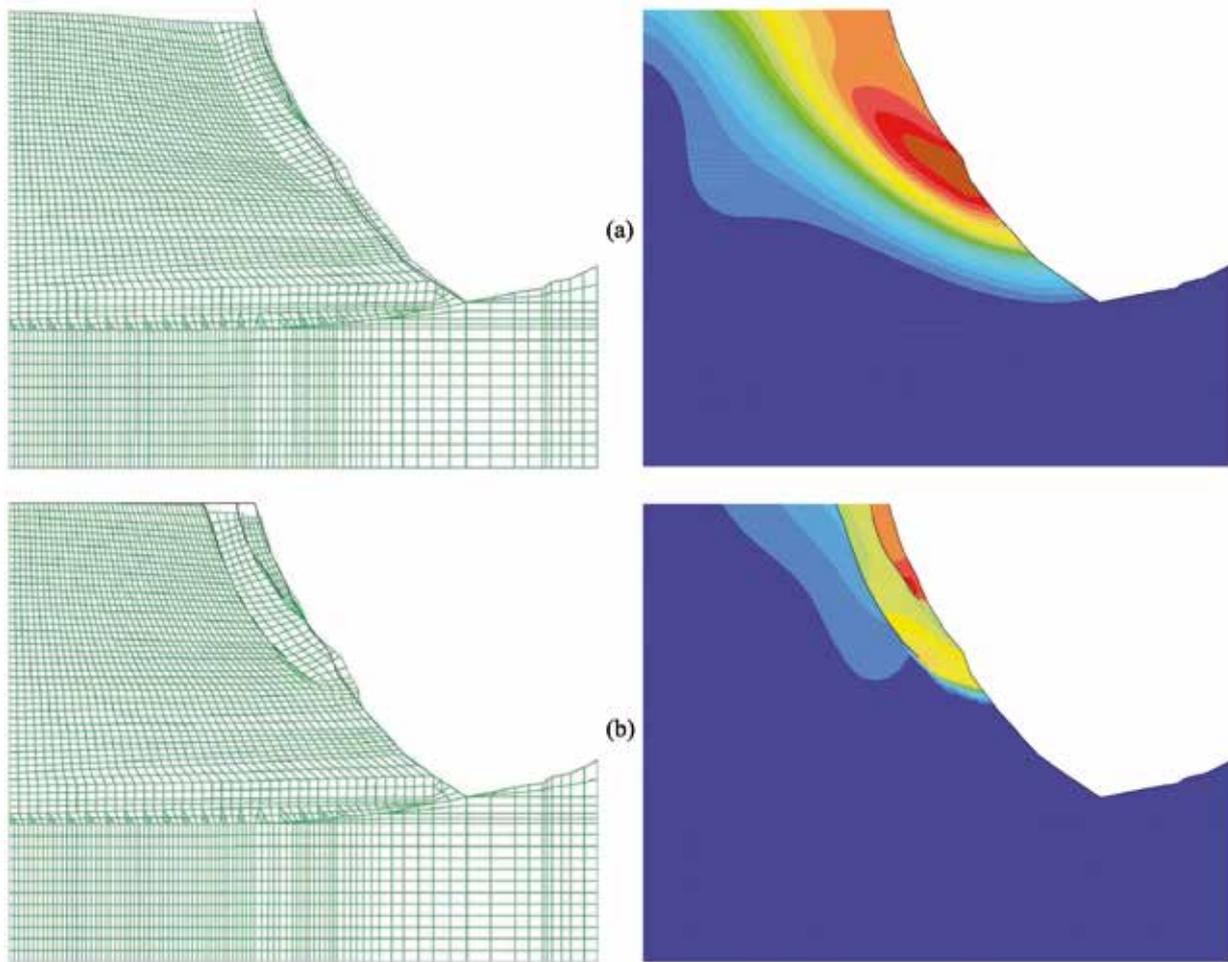


Fig. 12 – a) deformazione numerica a rottura per il primo modello semplice; b) analoga risposta dopo l’inserimento delle fratture di trazione e di una legge di degradazione della coesione (da: Di Francesco et al., 2004).

Fig. 12 – a) numerical deformation at break for the first simple model; b) similar response after insertion of tensile’s fractures and of a law of degradation of the cohesion.

simulazioni a complessità crescente. Nel primo modello, nel quale la risposta è stata affidata alla sola geometria del problema e al comportamento dei terreni, sono stati ottenuti un fattore di sicurezza di 1,48 e una deformata non congruente con i dati reali (Fig. 12a); nell’ultimo modello, nel quale sono stati inseriti elementi elastoplastici di contatto - capaci di simulare le fratture di trazione - e una legge di degradazione della coesione per cementazione a partire dallo stato di fessurazione, i risultati hanno mostrato un fattore di sicurezza di 1,04 ed una geometria dei collassi convergente con i dati geomorfologici e storici (Fig. 12b).

In conclusione, dall’integrazione dei risultati di carattere geologico-geomorfologico e

numerico, è emerso che l’instabilità della scarpata è coeva con l’approfondimento del reticolo idrografico durante il quale si è instaurato un sistema di fratturazione derivante dallo scarico tensionale agente su terreni ad elevata rigidità; quindi, a partire da tali fratture è iniziato un processo di degradazione della cementazione chimica che evolve con crolli repentini.

### **Esempio applicativo 2: effetti della degradazione sulle strutture**

Nei casi precedenti sono stati analizzati gli effetti della degradazione dei terreni relativi a casi storicamente documentati per i quali le leggi di softening hanno fornito una spiegazione logica del fenomeno; il problema,

però, può essere associato anche agli effetti di uno scavo nei confronti di un edificio limitrofo, così come richiesto dalle Norme Tecniche sulle Costruzioni (D.M. 14.01.2008 - paragrafi 6.5.1, 6.5.3.2, 6.8.6.2), anche in assenza di deformazioni significative del terreno generate dallo scarico tensionale.

A titolo di esempio si prenda in considerazione la Fig. 13 nella quale sono illustrati gli effetti dell'evoluzione della deformazione del terreno retrostante la riprofilatura di una scarpata, per la quale è stata ipotizzata la degradazione della coesione per cementazione con diminuzione al 33% del valore iniziale ( $c'_{iniz.} = 60 \text{ kPa}$ ;  $c'_{fin.} = 19,8 \text{ kPa}$ ) nell'arco di 20 anni (7300 giorni).

Gli elementi salienti dell'analisi sono:

- i terreni manifestano un'elevata

coesione per cementazione la cui degradazione conduce ad un valore finale comunque compatibile con l'integrità della scarpata avente un'altezza di 5 metri;

- la degradazione è stata simulata a partire dalle superfici esposte sia orizzontali che verticali, in accordo con i dati sperimentali di Fookes et al. (1988) e di Chigira e Oyama (1999); inoltre la stessa è stata simulata introducendo in un software ad elementi finiti l'equazione (5), sfruttando apposite routine di calcolo ("Data Super Elements" e "Load Function") - per i cui dettagli si rimanda a Commend et al. (2012) - che hanno consentito di tenere conto della variazione della coesione nel sottosuolo in funzione del tempo;

- il fattore di sicurezza finale (non rappresentato in figura), rispetto al collasso

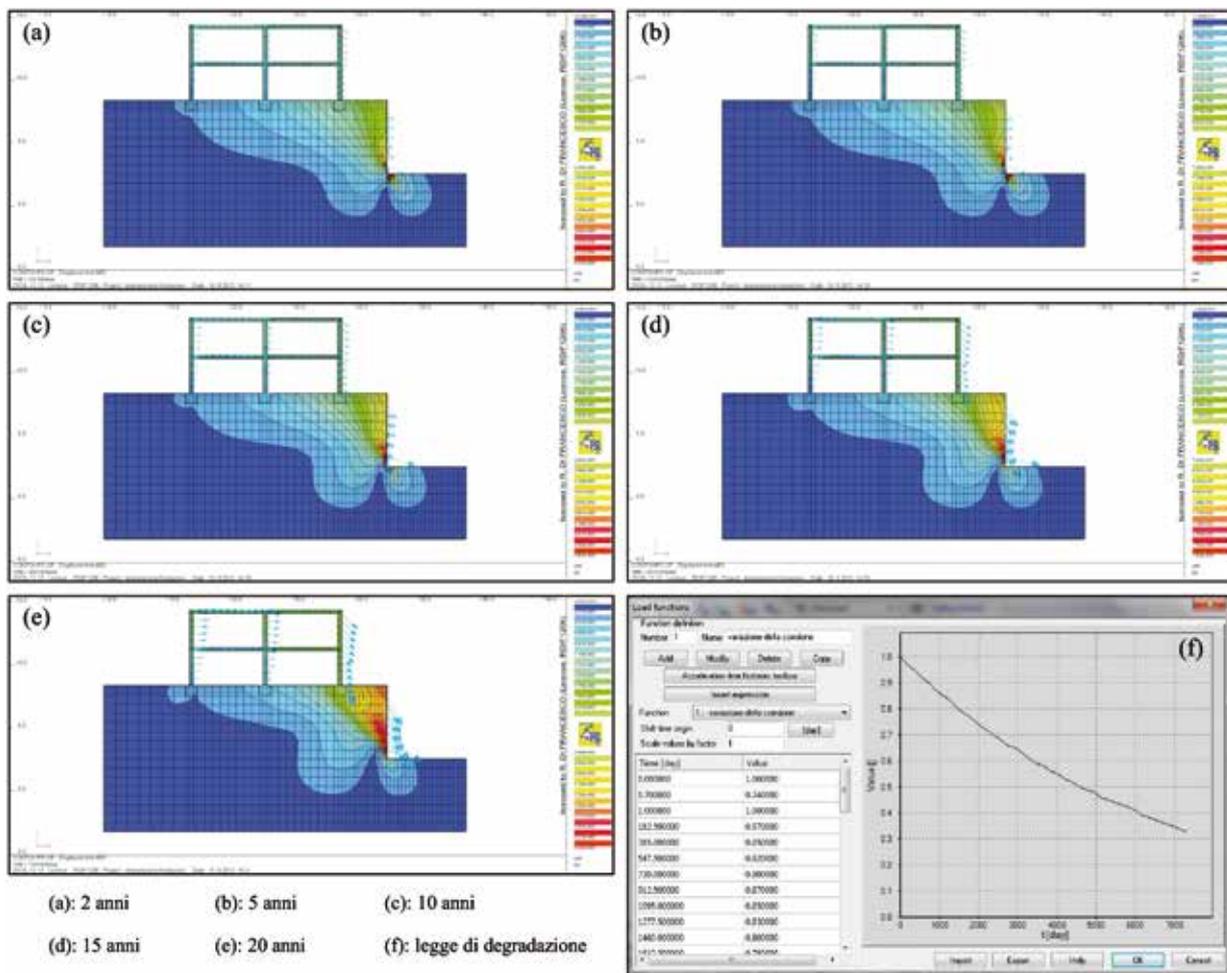


Fig. 13 – Incremento nel tempo della deformazione di una scarpata, a causa della degradazione atmosferica, ed effetti su un edificio limitrofo.

Fig. 13 – Increase over time of escarpments degradation, caused by an atmospheric degradation, and effect on a near building.

dell'insieme terreno-struttura, è pari a 2,69 dopo venti anni ovvero manifesta ancora una elevata riserva di resistenza rispetto allo stato ultimo;

- gli spostamenti finali della fondazione più prossima alla scarpata sono di 1,5 centimetri in direzione orizzontale e di 1,7 centimetri in quella verticale;
- gli spostamenti finali della fondazione centrale sono di un ordine di grandezza inferiore, con un differenziale capace di generare quadri fessurativi la cui importanza deve essere associata alla tipologia costruttiva che si riflette sulla rigidità strutturale.

In definitiva il caso illustrato, alquanto ricorrente nella penisola italiana che soffre di una penuria cronica di territorio disponibile all'edificazione sicura, evidenzia da un lato l'importanza delle leggi di softening nell'analisi di casi esistenti - o di analisi predittive di casi in progetto - e dall'altra la necessità di adottare accorgimenti atti a prevenire gli effetti della degradazione meteorica su terreni esposti.

### Ulteriori sviluppi delle leggi di degradazione

Gli esempi precedenti hanno evidenziato il ruolo svolto dalle leggi di degradazione e la loro possibile implementazione nei software numerici mediante apposite routine che simulano separatamente la variazione del parametro in analisi nello spazio e nel tempo. Il successivo sviluppo di tali applicazioni consiste nella scrittura di una legge di validità generale che simuli contemporaneamente la variazione dei parametri (di resistenza e/o di deformabilità) nel complesso spazio-tempo a partire dalla formulazione per il calcolo della costante di proporzionalità  $k$ ; quindi, ripartendo dalle equazioni (8) e (9) relative alla degradazione della coesione intercetta, si vede facilmente che la relazione cercata assume la seguente forma generalizzata:

$$k_{nl}(t) = \frac{\ln\left(\frac{X_t}{X_0}\right)}{t} \quad (14)$$

risultando di fatto variabile non-linearmente con il tempo (da cui il pedice  $nl$ ) e non più costante come assunto inizialmente.

Se l'equazione (14) rappresenta la variazione del parametro in funzione del tempo, la sua estensione allo spazio può essere trovata partendo dalla Fig. 14a, relativa al caso 1-dimensionale (che diventa 2-dimensionale in virtù del fattore tempo), nella quale è rappresentata una superficie topografica orizzontale - ed infinitamente estesa in tale direzione - ed uno spessore  $Z$  del terreno alterato; ovviamente la superficie può anche essere considerata inclinata a condizione che l'interfaccia strato alterato - strato inalterato sia parallela alla frontiera esterna.

Il passaggio successivo comporta l'assunzione, semplificativa ma senza introdurre errori apprezzabili, che  $X$  sia linearmente variabile con la profondità (Fig. 14b) in funzione del valore iniziale ( $X_{0,t}$ ) e di quello finale al tempo  $t$  ( $X_{f,t}$ ):

$$X_t = \left[ \left( \frac{X_{0,t} - X_{f,t}}{Z} \right) \cdot z + X_{f,t} \right] \quad (15)$$

Infine, inserendo l'equazione (15) nell'equazione (14) si ottiene:

$$k_{nl}(z,t) = \frac{\ln \left\{ \frac{\left[ \left( \frac{X_{0,t} - X_{f,t}}{Z} \right) \cdot z + X_{f,t} \right]}{X_{0,t}} \right\}}{t} \quad (16)$$

che conduce alla formulazione cercata:

$$X(z,t) = X_0 \cdot e^{k_{nl}(z,t)t} \quad (17)$$

L'estensione dell'equazione (17) allo spazio 2-dimensionale (che diventa un complesso spazio-tempo 3-dimensionale) comporta la definizione degli elementi geometrici e meccanici di Fig. 15, rispondenti alla legge data dall'equazione (16) estesa anche all'altra direzione:

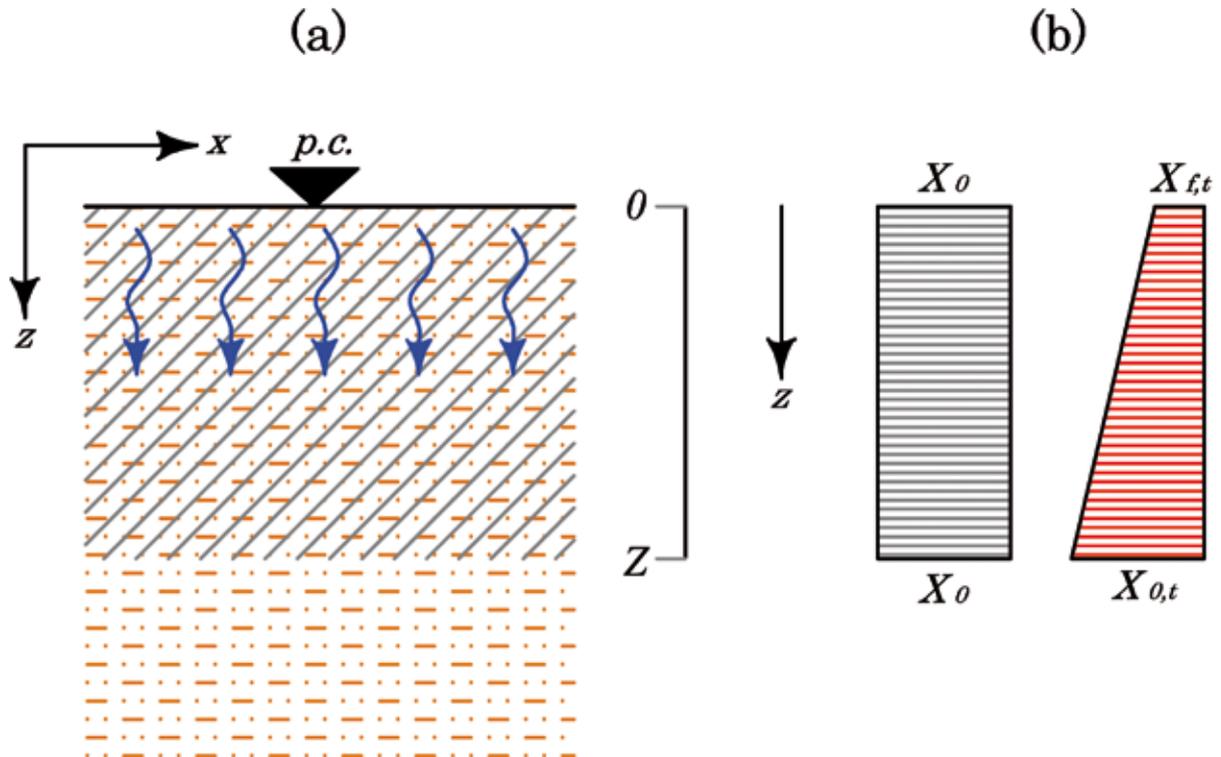


Fig. 14 – a) modello 1D con la degradazione spinta fino ad una profondità  $Z$ ; b) andamento iniziale e finale (al tempo  $t$ ) del generico parametro  $X$  con la profondità.

Fig. 14 – a) 1D model with the degradation thrust up to a depth  $Z$ ; b) initial and final trend (at time  $t$ ) of the generic parameter  $X$  with depth.

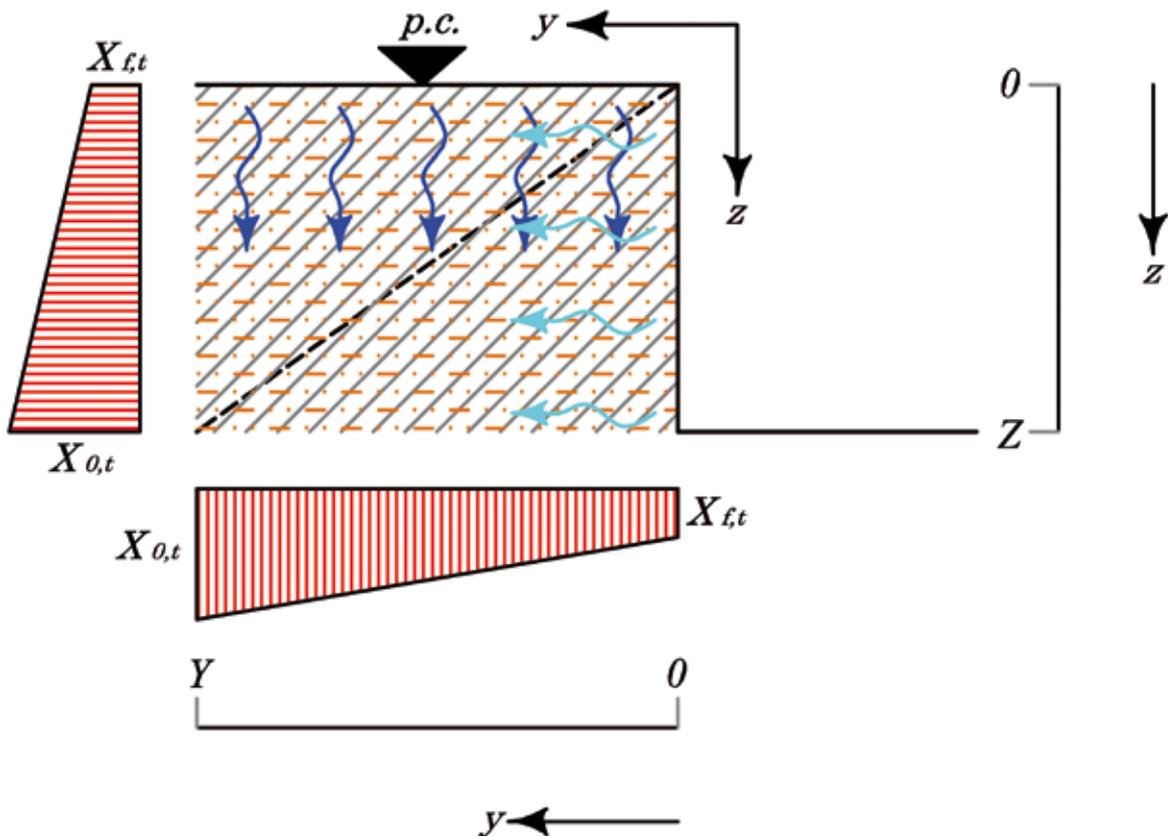


Fig. 15 – Estensione dello schema di Fig. 14 al caso generale 2D.

Fig. 15 – Extension of the scheme of Fig. 14 to the general 2D case.

$$k_{nl}(y,t) = \frac{\ln \left[ \frac{\left[ \left( \frac{X_{0,t} - X_{f,t}}{Y} \right) \cdot y + X_{f,t} \right]}{X_{0,t}} \right]}{t} \quad (18)$$

A loro volta le equazioni (16) e (18) conducono dapprima a definire la variabile di degradazione  $k_{nl}(z,y,t)$  secondo una direzione comunque inclinata (da esempio: la linea tratteggiata di Fig. 15):

$$k_{nl}(z,y,t) = \sqrt{k_{nl}(z,t)^2 + k_{nl}(y,t)^2} \quad (19)$$

ed infine alla legge di degradazione valida per il caso 2D:

$$X(z,y,t) = X_0 \cdot e^{k_{nl}(z,y,t)t} \quad (20)$$

Nuovamente, inserendo le equazioni (17) e (20) nei criteri di snervamento, alla stregua di quanto visto con le equazioni (11) relative alla legge di Mohr-Coulomb, si perviene alla formulazione di un legame costitutivo che descrive la variazione dei parametri di resistenza nello spazio e nel tempo in funzione della degradazione; un metodo di analisi che può essere agevolmente esteso anche ai parametri di deformabilità.

#### UN ESEMPIO DI CALCOLO

La Fig. 16 illustra la geometria di una scarpata, ovvero di una condizione geologica tipicamente bidimensionale nella quale la degradazione agisce su piani paralleli alle superfici esterne, con i relativi campi di variazione della coesione intercetta così come emerso da prove di laboratorio.

Con l'applicazione in serie delle equazioni (16), (18), (19) e (20) si ottiene la possibilità di analizzare gli effetti del weathering sul parametro in oggetto al variare di  $y$  e  $z$ ; di conseguenza, imponendo ad esempio la variazione di  $y$  nel campo 0,5 metri, con steps di 1 metro, è possibile calcolare la coesione degradata (al tempo  $t = 1460$  giorni nel caso specifico come nell'esempio di Fig. 7) per ogni

nodo della griglia di Fig. 17.

Analizzando, infine, i risultati si scopre che gli stessi sono perfettamente congruenti con i dati di partenza; inoltre che in prossimità del bordo superiore della scarpata i valori della coesione degradata sono inferiori ai dati di partenza, ovvero risultano essere in linea con i dati geologici che vedono la sovrapposizione dell'azione degli agenti esogeni secondo le direzioni verticale ed orizzontale così come illustrato in Fig. 15. In questo modo si perviene alla possibilità di tenere conto della variazione della resistenza al taglio dei terreni conducendo a risultati analoghi a quelli illustrati nei grafici di Fig. 13.

#### Conclusioni

Gli elementi discussi nella prima parte dell'articolo hanno messo in evidenza il ruolo svolto dagli agenti esogeni nei confronti della resistenza al taglio dei geomateriali la quale può essere considerata costante solo per piccole finestre temporali; diversamente, nel caso di eventi comparabili con le scale temporali tipiche della geologia, come ad esempio nel caso dell'instabilità dei versanti, occorre formulare leggi costitutive più complete capaci di tenere conto della degradazione nel tempo dei parametri di resistenza e di deformabilità delle rocce e dei terreni. Senza, ovviamente, dimenticare anche gli effetti sui terreni di fondazione che possono risultare deleteri per la salvaguardia della vita utile delle strutture così come previsto dal D.M. 14.01.2008.

Il passo successivo è consistito nella scrittura di leggi matematiche, capaci di tenere conto della degradazione, le quali - a partire da un'equazione differenziale di primo ordine - sono state applicate ad alcuni esempi di calcolo con i quali è stata simulata la dipendenza della resistenza al taglio dei geomateriali dall'azione degli agenti esogeni.

Il problema è stato poi spostato su un successivo livello di generalizzazione di tali leggi, giungendo alla scrittura di apposite formulazioni, con le quali simulare la

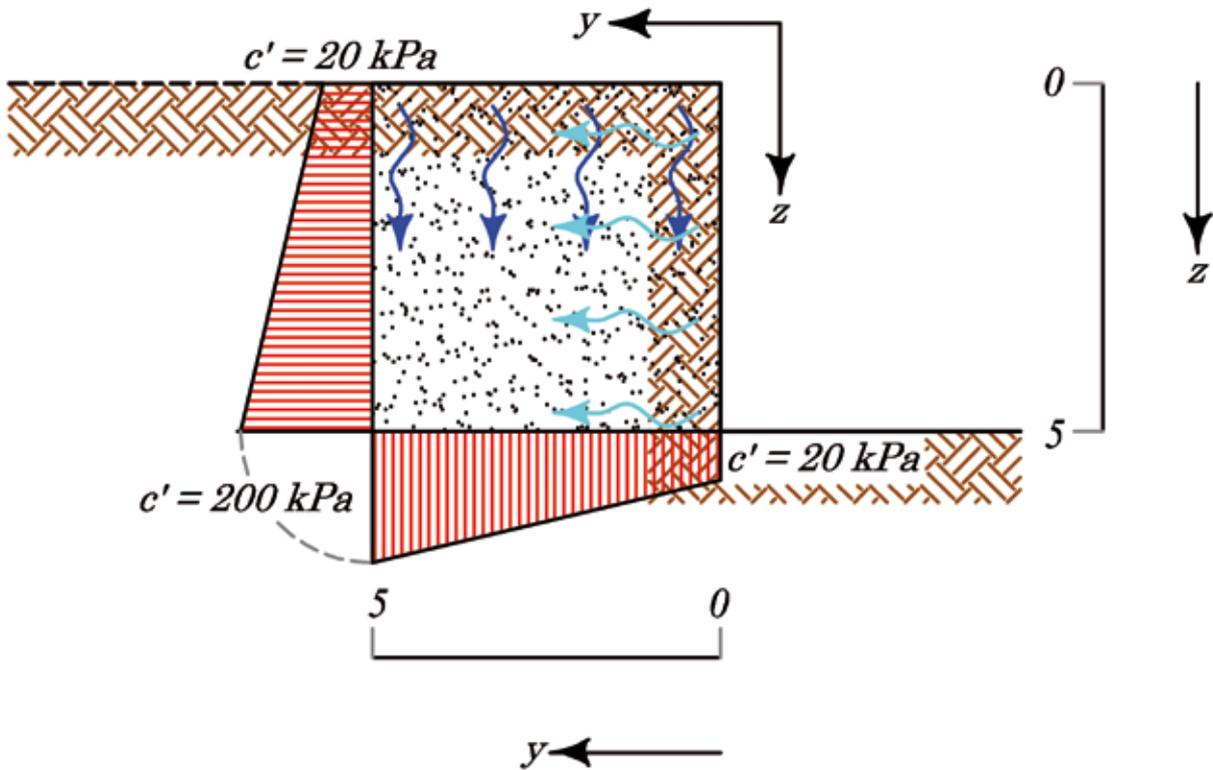
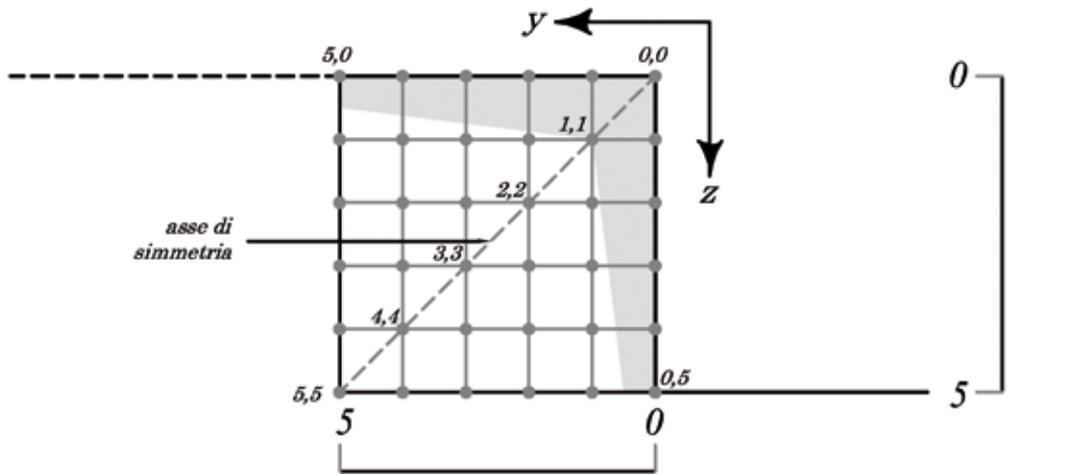


Fig. 16 – Esempio di calcolo degli effetti della degradazione 2D sulla coesione.  
 Fig. 16 – Example of calculate of the effects of 2D degradation on cohesion.



<i>z</i> \ <i>y</i>	0	1	2	3	4	5
0	7.7	14.4	17.6	19.2	19.8	20.0
1	14.4	33.1	45.0	51.9	55.2	56.0
2	17.6	45.0	66.7	81.7	89.7	92.0
3	19.2	51.9	81.7	106.4	122.7	128.0
4	19.8	55.2	89.7	122.7	151.1	164.0
5	20.0	56.0	92.0	128.0	164.0	200.0

distanza dall'origine espressa in metri

valori sull'asse di simmetria

settore ad elevata degradazione

*distanza dall'origine espressa in metri*

*valori sull'asse di simmetria*

*setto ad elevata degradazione*

Fig. 17 – Risultati dell'esempio di Fig. 16 espressi in forma matriciale.  
 Fig. 17 – Results of the example of Fig. 16 expressed in matricial form.

degenerazione dei parametri di resistenza e di deformabilità nel complesso spazio-tempo, implementabili nei moderni software numerici come nel caso degli elementi finiti utilizzati per alcuni esempi di calcolo.

A tal proposito occorre comunque precisare che i calcoli possono essere svolti anche con i software basati sulla combinazione delle leggi rigido-plastiche e del teorema dell'equilibrio limite, come nel caso delle analisi della stabilità dei pendii o del calcolo della capacità portante delle fondazioni; l'importante è svolgere un numero congruo di analisi riducendo i parametri ritenuti significativi in relazione alle curve di variazione degli stessi alla stregua di quanto visto con la Fig. 7. In questo caso è allora possibile definire, ad esempio, la variazione nel tempo delle condizioni di stabilità di un versante come nel caso illustrato nella Fig. 10d.

Concludendo, può risultare utile precisare che lo studio degli effetti del weathering, in termini di estensione geometrica del problema, può essere agevolmente e proficuamente condotto con metodologie geofisiche, come nel caso della tomografia sismica capace di restituire un'immagine almeno bidimensionale del sottosuolo utile per la corretta definizione della successiva campagna di indagini geognostica.

#### **Riferimenti Bibliografici**

- CASTELLANZA R., NOVA R. (2002) – Modellazione degli effetti meccanici della degradazione chimica delle rocce tenere. Incontro Annuale dei Ricercatori di Geotecnica (IARG), Milano.
- CASTELLANZA R. (2003) – Modelling weathering effects on the mechanical behaviour of bonded geomaterials. *Constitutive Modelling and Analysis of Boundary Value Problems in Geotechnical Engineering*, Hevelius Edizioni srl, Benevento.
- CASTIGLIONI G. B. (1986) – *Geomorfologia*. UTET, Torino.
- CHIGIRA M., OYAMA T. (1999) – Mechanism and effect of chemical weathering of sedimentary rocks. *Engineering Geology*, 55, pp. 3-14.
- COMMEND D., OBRZUD R., PODLES K., TRUTY A., ZIMMERMANN T. (2012) – ZSoil.PC, numerics in geotechnics and structures. Elmeppress International, Lousanne.
- COULOMB C.A. (1773) - Essai sur une Application des Regles de Maximis et Minimis a Quelques Problemes de Statique Relatifs a l'Architecture. Mem. Div. Sav. Acad., vol. 7.
- DI FRANCESCO R., SCALELLA G., SIENA M., TIBERII M.G., LABAGNARA R., DI MATTEO L. (2004) – Il contributo della geotecnica nella comprensione dei dissesti storici dell'abitato di Campli. XXII Convegno Nazionale di Geotecnica, AGI, Palermo.
- DI FRANCESCO R. (2008A) – Lesioni degli edifici. Ulrico Hoepli Editore, Milano.
- DI FRANCESCO R. (2008B) – Leggi di degradazione dei geomateriali, un caso di studio: l'abitato di Campli. Giornata di studio A.Di.S. "Difesa del suolo: esperienze", L'Aquila.
- DOLEZALOVÁ M., HLADIK I., ZEMANOVÁ V., DANKO J., (2001) – Problem solving by interactive use of numerical models and field measurements. Proc. X International Conference on Computer Methods and Advances in Geomechanics, Tucson, vol. 1, pp. 39-48.
- FOOKES P.G., GOURLEY C.S., OHKERE C., (1988) – Rock weathering in engineering time. *Quarterly Journal of Engineering Geology*, 21, pp. 33-57.
- KIMMANCE G. C. (1988) – Computer aided risk analysis of open pit mine slopes in kaolin mined deposit. Ph.D. thesis, Univ. of London.
- MOHR O. (1900) - Welche Umstände bedingen die Elastizitätsgrenze und den Bruch eines Materials. *Zeitschr Vereines deutsch. Ingenieure*, 44, pp. 1-12.
- UTILI S. (2005) – An analytical relationship for weathering induced slope retrogression: a benchmark. *Rivista Italiana di Geotecnica*, n. 2/2005.
- VENIALE F., SIMEONI L., RODRIGUEZ-NAVARRO C., SETTI M., (2002) – The role of "fabric" and mineralogy in planar sliding processes in marly rocks: investigation using Scanning Electron Microscopy (SEM) and Environmental-SEM. *Rivista Italiana di Geotecnica*, n. 2/2002.
- ZACE (2003) – ZSoil.PC, Theoretical Manual. Elmeppress International, Lousanne.