

INTERAZIONE TERRENO – STRUTTURA: I - il modello di Winkler

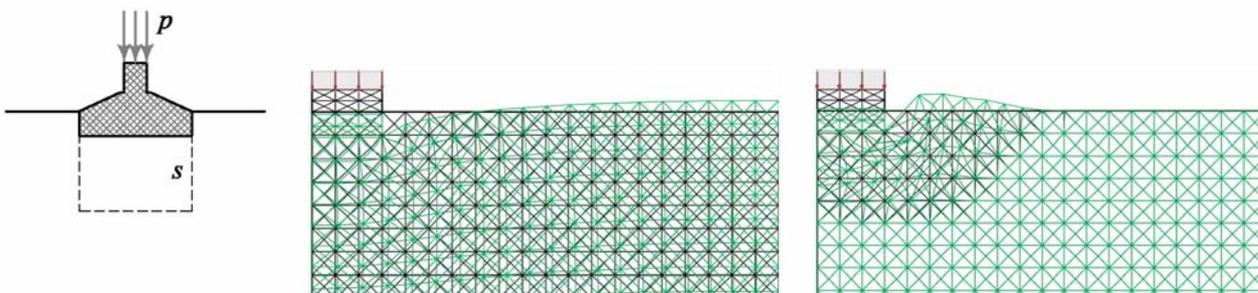
La definizione matematica del problema dell'**interazione terreno – fondazione - sovrastruttura** rappresenta una delle sfide concettuali più importanti attinenti il confine labile tra l'ingegneria geotecnica e l'ingegneria strutturale, quasi una sorta di frontiera libera all'interno della quale l'obiettivo prioritario consiste nella definizione di una legge che leghi l'andamento delle pressioni di contatto (p) con le conseguenti deformate (w) o cedimenti (s). Un argomento che coinvolge un gran numero di variabili a partire dalla geometria della fondazione, dalla rigidità relativa dell'insieme fondazione + terreno, dalla distribuzione del carico, dalle condizioni di scabrezza del contatto, dal legame costitutivo assunto, ecc.; senza dimenticare che il problema è infinitamente iperstatico, essendo praticamente infiniti i punti di contatto tra la fondazione ed il terreno, tanto da non poter essere risolto ricorrendo alle sole leggi di equilibrio (Caputo V., 1995).

Il primo passo verso la semplificazione matematica del problema consiste nell'eliminazione della variabile associata alla sovrastruttura, assumendo note le condizioni di carico trasmesse attraverso la fondazione generalmente ottenute mediante l'assunzione di una condizione di incastro alla base di tutti i piedritti. Il secondo passo consiste, invece, nell'ipotesi di validità del legame elastico lineare sia per il terreno che per la fondazione, mentre l'ultimo passo generalmente conduce all'assimilazione del terreno al **modello di Winkler** (1867). Secondo quest'ultimo il comportamento dell'insieme terreno – fondazione può essere studiato semplicemente considerando l'esistenza di una costante di proporzionalità tra le pressioni di contatto ed i conseguenti cedimenti:

$$K_w = \frac{p}{s} \quad (1)$$

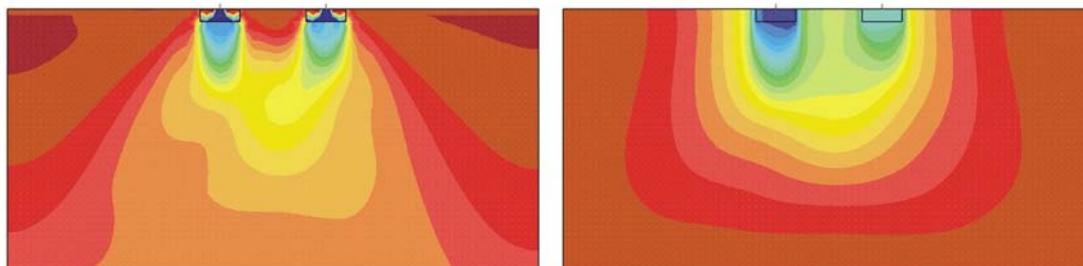
risultando di fatto derivata dalla legge di richiamo di una molla: $F = -Kx$.

La grande limitazione di tale modello, seppur di facile applicabilità, deriva dal dover trascurare il comportamento del terreno al di fuori dell'impronta della fondazione, come mostrato nella figura seguente posta a confronto con un modello ad elementi finiti del medesimo problema (spinto fino allo stato limite di collasso).



Un limite che nega, di fatto, l'interazione tra fondazioni adiacenti e che entra in contrasto con le stesse previsioni normative, considerato che la Circolare n. 617 (2 febbraio 2009 – C.S.LL.PP.) al paragrafo C6.4.2.2 cita: “*Sulla base della previsione dei cedimenti deve esprimersi un giudizio sulla loro ammissibilità con riferimento ai limiti imposti dal comportamento statico e dalla funzionalità del manufatto. Qualora il manufatto in progetto possa influire sul comportamento statico e sulla funzionalità di manufatti adiacenti, il giudizio di ammissibilità deve essere esteso a questi ultimi.*”.

Per una migliore comprensione di quest'ultimo argomento si faccia riferimento alla figura seguente (estratta da: Di Francesco R., 2008), nella quale è illustrata l'influenza della storia edificatoria nell'interferenza tra fondazioni superficiali adiacenti espressa tramite i bulbi di pressione (a sinistra) ed i relativi cedimenti (a destra).



Senza entrare nei dettagli dell’analisi, è sufficiente comprendere che la costruzione di una fondazione in adiacenza ad un’altra pre-esistente conduce ad un comportamento che da singola struttura evolve verso una piastra, con conseguenti aumenti dei cedimenti di entrambi.

Ritornando al modello di suolo alla Winkler, note le pressioni derivanti dal calcolo strutturale il cedimento di una fondazione nastriforme o circolare può essere calcolato mediante:

$$s = \frac{p \cdot B}{E'} \cdot (1 - \nu^2) \cdot I_z \quad (2)$$

$$s = \frac{p \cdot R}{E'} \cdot I_z \quad (3)$$

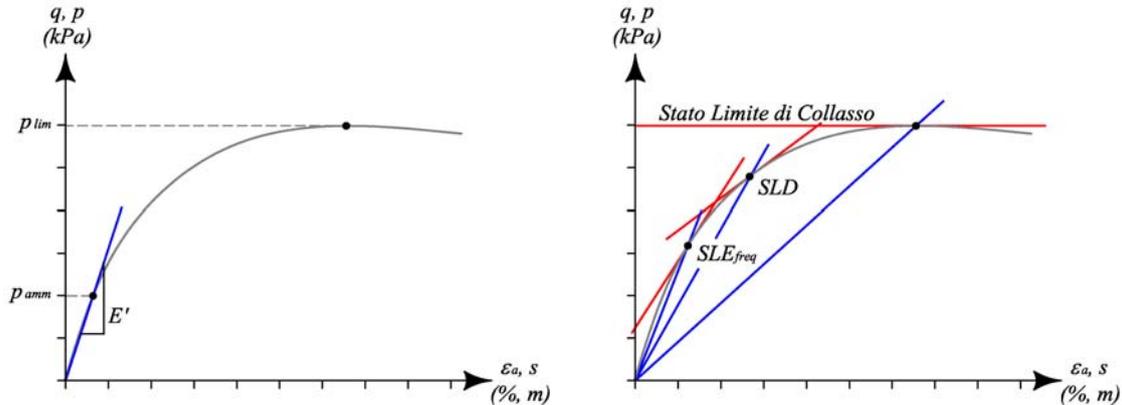
avendo di fatto assimilato il sottosuolo ad un semispazio elastico di spessore finito.

Notare che nelle equazioni (2) e (3) compaiono anche la larghezza della fondazione (B) o il suo raggio (R), il modulo elastico longitudinale (E’), il coefficiente di Poisson (ν) e un parametro adimensionale (I_z) che tiene conto dello spessore del sottosuolo e che assume il valore massimo di 1.62. Ulteriori dettagli sull’argomento possono essere trovati in Di Francesco R. (2010).

A titolo di esempio, si consideri un carico p = 150 kPa trasmesso da una fondazione nastriforme avente B = 1 metro e interagente con un terreno di elevato spessore se paragonato alla larghezza di progetto (I_z = 1.62); siano inoltre: E’ = 24.000 kPa e ν = 0.33. Dall’applicazione dell’equazione (2) si ottiene un cedimento s = 0.009 metri (9 millimetri) che inserito nella (1) fornisce la stima della costante di Winkler: K_w = 16.700 kN/m³ (1.67 kg/cm³).

Ovviamente, avendo assunto un legame elastico lineare al variare del valore del carico applicato varierà proporzionalmente il cedimento conseguente; in altre parole si assiste alla invariabilità del coefficiente di Winkler il cui valore dipende allora solo dalla rigidezza del terreno espressa tramite E’ e ν, a meno dell’assunzione di leggi di variazione non lineare del comportamento delle molle.

Il problema a questo punto si sposta su di un altro livello poiché in virtù dei metodi di calcoli semiprobabilistici introdotti dalle NTC 2008 si assiste ad una risposta del modello alla Winkler concettualmente differente rispetto a quanto ottenibile con il precedente D.M. 11.03.1988.



A tal proposito si faccia ora riferimento alla figura in alto a sinistra, nella quale è rappresentata la curva sforzi – deformazioni di un terreno normalconsolidato sottoposto ad una prova triassiale non consolidata non drenata (TRX-UU - piano q ÷ ε_a). La curva, di tipo **elastoplastica non lineare contraente con degenerazione progressiva della resistenza** (più semplicemente di tipo contraente), ricalca in maniera fedele la risposta dell’insieme terreno – fondazione sottoposto ad un carico assiale incrementato fino alla rottura, tanto da poter sovrapporre al grafico il piano p ÷ s.

Secondo la precedente normativa tecnica l’individuazione del carico di rottura di una fondazione (p_{lim}), mediante approcci matematici o prove in scala, conduceva automaticamente alla determinazione del carico ammissibile (p_{amm}) attraverso la semplice applicazione di un fattore di sicurezza non inferiore a 3 (F_s ≥ 3); un approccio che, con riferimento alla curva di sinistra, imponeva un’estrema semplificazione del problema in quanto per tali bassi livelli tensionali e deformativi il terreno tende, generalmente, a comportarsi effettivamente come un mezzo elastico lineare poiché, come illustra la figura, il modulo elastico secante (retta blu) coincide di fatto con la curva stessa.

Con la nuova normativa tecnica si assiste, invece, ad un incremento dello sfruttamento delle resistenze dei materiali, anche se a scapito di un maggior onere computazionale (Di Francesco R., 2010), con la

conseguenza, mostrata questa volta dal grafico di destra, di spingere l’analisi entro il campo elastoplastico non lineare. Esprimendo tale concetto in altri termini è possibile asserire che con le nuove NTC 2008 il modello di suolo alla Winkler fallisce definitivamente perdendo anche i pochi pregi connessi con la propria semplicità operativa.

In effetti occorre evidenziare che l’utilizzo di condizioni di carico allo **Stato Limite di Esercizio** (combinazione frequente) ed allo **Stato Limite di Danno** (combinazione sismica), per il calcolo dei cedimenti di esercizio di una struttura, conduce ad un incremento delle sollecitazioni alle quali corrisponde una progressiva degenerazione della resistenza del terreno, come mostrato dalla curva di destra sia con i moduli elastici longitudinali secanti (**in blu**) che tangenti (**in rosso**); in particolare, poi, nel caso di un’analisi allo Stato Limite di Collasso appare anche evidente l’assoluta inutilità del modulo secante e l’annullamento di quello tangente (retta orizzontale rossa).

A titolo di esempio, un calcolo strutturale reale ha fornito le seguenti combinazioni di carico:

- $E_{d,SLU} = 390 \text{ kN/ml}/(1.40 \times 1.00) \approx 279 \text{ kPa}$ (A_1-C_2)
- $E_{d,SLU} = 420 \text{ kN/ml}/(1.40 \times 1.00) \approx 300 \text{ kPa}$ (A_2-C_1)
- $E_{d,SL E, freq} = 350 \text{ kN/ml}/(1.40 \times 1.00) \approx 250 \text{ kPa}$ (**Combinazione più sfavorevole**)
- $E_{d,SL E, q.p.} = 330 \text{ kN/ml}/(1.40 \times 1.00) \approx 236 \text{ kPa}$ (**Combinazione più sfavorevole**)
- $E_{d,SLV} = 470 \text{ kN/ml}/(1.40 \times 1.00) \approx 336 \text{ kPa}$ (**Combinazione più sfavorevole**)
- $E_{d,SLD} = 450 \text{ kN/ml}/(1.40 \times 1.00) \approx 321 \text{ kPa}$ (**Combinazione più sfavorevole**)

avendo assunto una fondazione nastriforme di larghezza $B = 1.40$ metri.

Nel contempo da una prova triassiale è emerso che il terreno è normalconsolidato, con una curva contraente dalla quale risulta:

- $E_{SLE} = 18.700 \text{ kPa}$
- $E_{SLD} = 15.300 \text{ kPa}$

Inserendo in sequenza tali elementi nelle equazioni (2) e (1), nell’ipotesi che il sistema si trovi in condizioni non drenate per le quali vale sempre $v = 0$ e che la geometria dell’insieme terreno – fondazione conduca a $I_z = 1.62$, si ottiene:

- $s_{SLE} = 0.0227$ metri (22.7 millimetri) $\rightarrow K_{w,SLE} = 11.013 \text{ kN/m}^3$ (1.1 kg/cm^3)
- $s_{SLD} = 0.0357$ metri (35.7 millimetri) $\rightarrow K_{w,SLD} = 8992 \text{ kN/m}^3$ (0.9 kg/cm^3)

ad ulteriore dimostrazione dell’inadeguatezza del modello di suolo alla Winkler nei calcoli agli Stati Limite. Ovviamente per uno Stato Limite di Collasso risulta: $E' = 0$, $s = \infty$ e $K_w = 0$.

Quale soluzione?

Gli elementi discussi conducono alla necessità di assumere modelli di analisi dell’interazione terreno – fondazione ben più completi, e complessi, di quello di Winkler, mentre sarebbe utile esplorare la risposta dei software di calcolo al variare del K_w ; una metodologia di lavoro che, svolta una sola volta, consentirà di cogliere le eventuali differenze nel dimensionamento strutturale (probabilmente in termini di ferri di armatura nelle fondazioni e di momenti flettenti ai nodi strutturali del primo impalcato) e di eliminare una variabile tra i parametri da determinare. In altre parole, ciò che con il D.M. 11.03.1988 preoccupava in quanto influiva in maniera determinante nel progetto di una fondazione, con le NTC 2008 assume ora un aspetto (un ruolo) decisamente trascurabile.

[1] Caputo V., (1995), *Interazione fondazione terreno*, Hevelius Edizioni – Benevento.

[2] Di Francesco R., (2008), *Lesioni degli edifici*, Ulrico Hoepli Editore, Milano.

[3] Di Francesco R., (2010), *Geotecnica, guida pratica alla luce delle nuove NTC*, Dario Flaccovio Editore, Palermo.

[4] Winkler E., (1867), *Die Lehre von der Elastizität und Festigkeit*, Dominicus, Prague.