

IL MODULO ELASTICO: STATICO, DINAMICO ED EDOMETRICO

PARTE I

di: Di Francesco Romolo (2011)

www.romolodifrancesco.it

INTRODUZIONE

La completa descrizione del comportamento elastico lineare dei mezzi omogenei isotropi richiede la conoscenza di due soli parametri:

- il coefficiente di Poisson
- il modulo elastico longitudinale

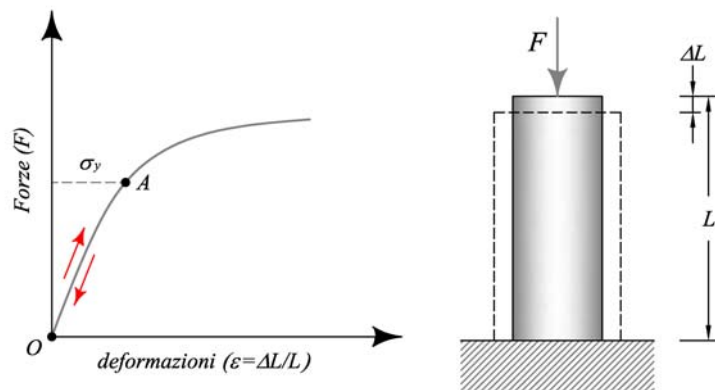


Figura 1. Analisi del comportamento elastico da prove di compressione (estratta da: Di Francesco R., 2010 – modificata).

Una corretta comprensione dell'argomento può essere affidata alla figura 1, nella quale è mostrata una prova di compressione eseguita su un campione cilindrico realizzato con un materiale generico che obbedisce alla legge di Hooke.

Se la prova è condotta con aumento geometrico del carico statico applicato, secondo le fasi carico ($F \neq 0$) → scarico ($F = 0$) → ricarico ($F + \Delta F$), è possibile innanzitutto rappresentare i risultati in un diagramma sforzi-deformazioni longitudinali laddove queste ultime assumono il valore:

$$\varepsilon_l = \frac{\Delta L}{L} \quad (1)$$

In questo modo è possibile individuare un valore limite del carico applicato (σ_y) entro il quale il campione recupera la forma originaria manifestando, pertanto, un comportamento puramente elastico; oltre tale valore il campione manifesta lo sviluppo di deformazioni plastiche, e pertanto irreversibili, nonché un comportamento marcatamente non lineare.

IL MODULO ELASTICO STATICO

I parametri associabili a tale comportamento, nell'ambito del quale il carico è applicato staticamente, sono allora due:

A) il modulo elastico longitudinale statico:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_l} = \frac{F}{A} \cdot \frac{L}{\Delta L} \quad (2)$$

essendo σ il rapporto tra la forza applicata e l'area trasversale (A) del campione;

B) il coefficiente di Poisson statico:

$$\nu = \frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_l} \quad (3)$$

che lega la deformazione trasversale (ε_t) del campione a quella longitudinale attraverso una costante di proporzionalità.

Ragionando da un punto di vista puramente geometrico, il modulo elastico longitudinale statico assume il carattere di pendenza della curva sforzi-deformazioni, come illustrato nella figura 2.

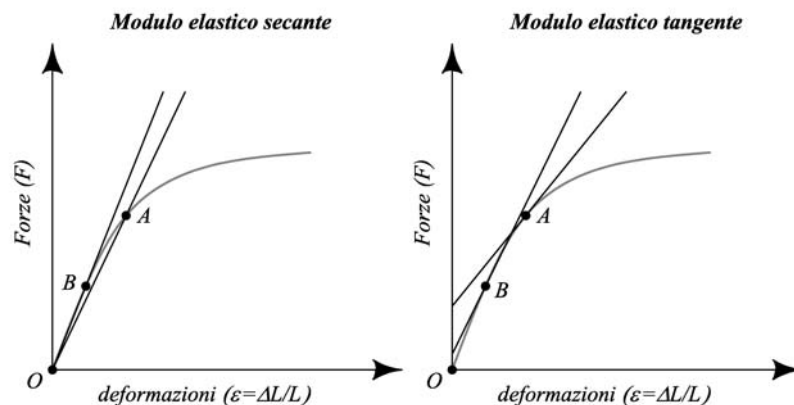


Figura 2. Interpretazione geometrica del modulo elastico longitudinale.

Nel contempo è possibile scoprire alcuni elementi utili:

- 1) innanzitutto il comportamento è non lineare anche in campo elastico, conducendo all'introduzione del modulo secante quale elemento linearizzante;
- 2) per bassi livelli deformativi (ma non bassissimi) il comportamento sembra essere effettivamente lineare, come dimostrato dal modulo secante associato al punto B;
- 3) ragionando in termini di modulo elastico tangente si assiste ad una progressiva degenerazione della rigidità del campione, come dimostrato dalla marcata diminuzione di pendenza delle rette passando dal punto B al punto A.

Per quanto concerne il significato fisico del coefficiente di Poisson occorre rilevare che durante la prova di compressione si assiste ad una diminuzione dell'altezza del provino con conseguente dilatazione trasversale (figura 1), tale che quest'ultima può essere ricavata dall'equazione (3):

$$\varepsilon_t = \nu \cdot \varepsilon_l \quad (4)$$

Sostituendo il valore della deformazione longitudinale ricavato dall'equazione (2), si ottiene infine:

$$\varepsilon_t = \nu \cdot \frac{\sigma}{E} \quad (5)$$

In altre parole, se durante una prova di compressione sono misurate entrambe le deformazioni possono essere ricavati i due parametri caratterizzanti il legame elastico per prevedere il comportamento atteso, ad esempio da una struttura o da un terreno, in funzione del livello di sollecitazione previsto in sede progettuale. Non

ultimo si dimostra che il coefficiente di Poisson varia entro i limiti $0 \div 0.5$ secondo i quali:

- 1) per $\nu = 0$ il campione non manifesta deformazioni trasversali, ovvero queste ultime sono impedito dall'applicazione di vincoli laterali come nel caso delle prove edometriche;
- 2) per $\nu = 0.5$ le deformazioni trasversali sono la metà di quelle longitudinali, risultando una condizione tipica delle prove triassiali non drenate (*TRX-CU*, *TRX-UU*) per le quali si assiste all'assenza di variazioni di volume ($\Delta V = 0$) essendo possibili solo riassetti strutturali interni.

Trasferendo tale elemento all'analisi del comportamento del calcestruzzo si scopre che anche tale materiale manifesta un comportamento in campo elastostatico marcatamente non lineare, conducendo alla distinzione di tre stadi di comportamento (Gherzi A., 2005):

- stadio 1: per carichi molto bassi è possibile assimilare la risposta del calcestruzzo al legame elastico lineare utilizzando il medesimo modulo sia per carichi di compressione che di trazione;
- stadio 2: per carichi maggiori del caso precedente, ma ancora lontani dalle condizioni di resistenza ultima, viene ipotizzato un comportamento elastico lineare per carichi di compressione ritenendo trascurabile la resistenza in zona tesa;
- stadio 3: per carichi ancor maggiori occorre tenere conto dell'andamento non lineare del legame.

Nel contempo, pur variando il valore del modulo elastico longitudinale, il coefficiente di Poisson del calcestruzzo è assunto generalmente pari a 0,16.

Riassumendo gli elementi visti finora, il modulo elastico statico misura la rigidezza di un materiale attraverso la pendenza della curva sforzi-deformazioni costruita mediante prove di compressione o di trazione ed applicando carichi monotonicamente crescenti; inoltre, poiché esiste una diretta relazione tra le deformazioni longitudinali e quelle trasversali, è possibile identificare anche il modulo elastico tangenziale mediante la relazione:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (6)$$

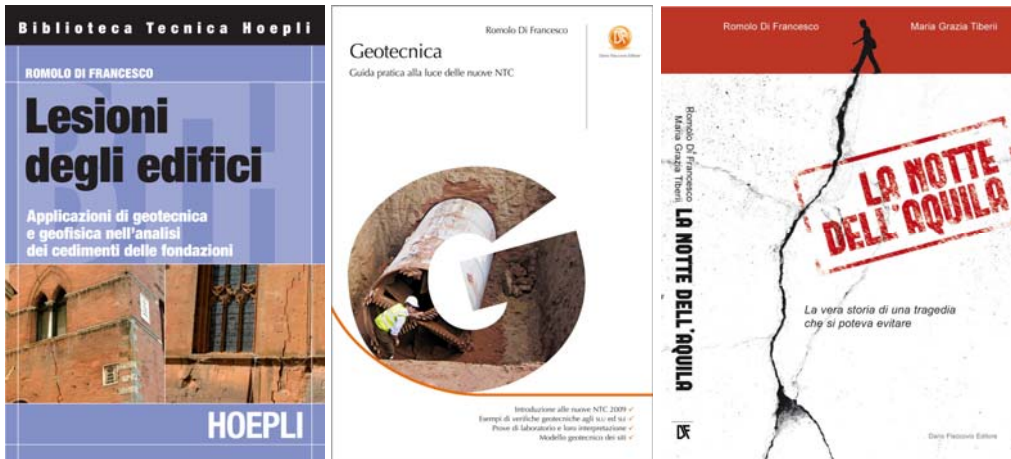
BIBLIOGRAFIA COMPLETA

Di Francesco R. (2008), *Lesioni degli edifici*. Ulrico Hoepli Editore, Milano.

Di Francesco R. (2010), *Geotecnica: guida pratica alla luce delle nuove NTC*. Dario Flaccovio Editore, Palermo.

Gherzi A. (2005), *Il cemento armato: le basi della progettazione strutturale esposte in maniera semplice ma rigorosa*. Dario Flaccovio Editore, Palermo.

Lanzo G., Silvestri F. (1999), *Risposta sismica locale*. Hevelius Edizioni, Benevento.



Di prossima uscita: “Geotecnica delle fondazioni”, con software agli elementi discreti.

Romolo Di Francesco
(marzo 2011)

www.romolodifrancesco.it